

UNIVERSIDAD POLITECNICA DE MADRID

TESIS DOCTORAL

SISTEMAS PLANOS DE ESTRUCTURAS

(APROXIMACION AL MODELO DE ANALISIS DE PIEZAS
RECTAS DE HORMIGON ARMADO EN ESTADO ULTIMO)

- POR

ANTONIO-JOSE MAS-GUINDAL LAFARGA

ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE ARQUITECTURA DE MADRID

MADRID, MAYO 1.981

TOMO I

6.
" " " " " "

COMPOSICION DEL TRIBUNAL Y CALIFICACION OBTENIDA

RESUMEN

ABSTRACT

PLANES SYSTEMS; APPROACHING TO A MODEL FOR THE OF STRUCTURES REINFORCED CONCRETE RIGHT BEAMS ANALYSIS IN THEIR LAST STATE.

This thesis try to establish the basis for a reinforced concrete right beams plastic analysis in use and last state. The work tries to establish which are the supports of functioning that are according with the real and actual rule.

The purpose in order to establish these basis with the maximum right rule for their use have leaded to a very far qualitative and quantitative consequences about elastic and plastic models -but moment...- in use, these models are intuitives for the complex plastic problem, that we are studying. We are trying do not take the correct formulation or in other case the analytic putting in execution have not more coherence according with the results obtained in the dimensionated, than others of more simple basis, and it is limited to strategies of section analysis which are based in malfor-

RESUMEN

SISTEMAS PLANOS; APROXIMACION AL MODELO DE ANALISIS DE ESTRUCTURAS DE PIEZAS RECTAS DE HORMIGON ARMADO EN ESTADO ULTIMO

En esta tesis, se trata del establecimiento de las bases de análisis plástico de piezas de hormigón armado en servicio y estado último procurando sentar los soportes de funcionamiento que concuerdan con la realidad y normativa vigente.

El intento de establecer estas bases, con el máximo rigor para su uso, ha llevado a consecuencias lejanas cualitativas y cuantitativas sobre los modelos elásticos y elástoplasticos en uso, momento tope ect- que, incluyendo lo complejo del problema plástico que se trata, no adoptan formulaciones adecuadas, ó los planteamiento analíticos, no son más coherentes con los resultados obtenidos, en el dimensionado, que otros de base más sencilla, limitandose a estrategias de análisis de sección basadas en condiciones de deformación como serían los metodos de Cross y Matriciales- estableciendose un claro divorcio entre mecanismo de cálculo y geometría.

Este trabajo, intenta abrir una puerta al análisis -

ahí la

med conditions -like would be the Cross-method and matrix-method-. So it is established a clear a divorce between calculus mechanism and geometry.

This work tries to open a door to the analysis of the structure sust under malformed conditions, and it only suppose in this area the first step of a long way from the beam to structure and from this to the building afterwards, so stay fixed the basics criteriums for the global plastic analysis of the structures.

All of it is starting from the impossibility of advancing in the analysis of the sections, whether it is not made searching through the plastification process of them and their structures so how the areas influences of different local-plastifications.

This conception of the analysis must be included in the subject referring to obtain real graphics of internal answer of the beam, and it is possible by the use for this case of the minicomputer 9825-HP which used in those places where are applied reiteratively the discretization methods, which are elementaries and with they it is possible to get good accuraries about the results. This study, sometimes makes mention to rules,

de la estructura bajo condiciones puramente de deformación y sólo supone en este campo el primer paso de un largo camino que iría de la pieza a la estructura y de esta al edificio posteriormente, quedando así sentados los criterios básicos para el análisis plástico global de estructuras.

Todo ello a partir de la imposibilidad de avanzar en el análisis de secciones, sino es penetrando en el proceso de plastificación de las mismas y el de sus armaduras, así como el de las zonas de afección de las diferentes plastificaciones locales.

La inclusión de esta concepción de análisis, en lo referente a obtener gráficas reales de respuesta interna de la pieza, es posible gracias al uso, en este caso del miniordenador 9825-HP utilizado, en donde se aplicar de forma reiterada los consabidos métodos de discretización elementales con los cuales se obtienen decorosas precisiones sobre los resultados. Este estudio, que en ocasiones, alude a normas, más describir un comportamiento que sentar doctrina. Como se ha realizado sólo para forjados se añade una colección de ábacos de utilización práctica de estos. Naturalmente las bases establecidas, se hacen extensivas a cualquier pieza de directriz recta de hormigón armado, en donde geometría y materiales-hormigón y acero- pueden ser variables y estan contempladas -

it tries to describe a behaviour more than express a doctrine about this, because the thesis have been made only for frames. I add a calculating frame collection for practical use.

Naturally the basis established are extensive - to any one guide spare right of reinforced concrete, in this area, the geometry and the materials - steel and concrete - can be variables and we have seen it inside of the already used programs.

In the field of the conclusions, the frames shouldn't be assimilated or compared with beams - as until the present days have been made, because the relaxing methods used until now are not coincident with the development of this work. It considers the subject as a very interesting one in the study referring to the analysis of the structure which tends to a more adequate proficiency of the materials, if we suppose that in the future the scarcity of raw materials - perhaps not very far - and overall in the possible approaching to the mathematical model to which the rule and bibliography made mention always but they never fixed the basis of this behaviour.

May 1.981

dentro de los programas usados.

En el terreno de las conclusiones, los forjados no deben ser asimilados a vigas, como tradicionalmente venía haciéndose, ya que los métodos de relajación empleados no coinciden con la realidad. Que dando estos límites plenamente establecidos en el desarrollo del trabajo.

Se considera el tema relevante en lo referente a un análisis de la estructura tendente a un aprovechamiento más adecuado de los materiales en un supuesto futuro de escasez de materia prima, quizás no lejano, y sobretodo en la posible aproximación al modelo matemático, que si bien normativa y bibliografía aludían constantemente, nunca precisaron las bases de su comportamiento.

Mayo 1.981

Agradecimiento,

- A mis padres, que hicieron posible mis estudios y me enseñaron a estudiar.
- Al Departamento de Estructuras y Seminario de Diseño de Estructuras de la E.T.S.A.M. por todos los medios humanos y materiales que ha puesto a mi alcance.
- A Ricardo Aroca Hdez-Ros, Director de esta tesis, mi profundo afecto y agradecimiento, por estos ocho años de constante aprendizaje a su lado y muy en particular por el esfuerzo, en tiempo y dedicación aportado a este trabajo de forma decisiva.
- A todas aquellas personas que directamente o no inciden en mi formación y a quienes tanto debo en mi forma de pensar.
- A Julia, mi esposa, a quien adeudo tanto momentos de familia dedicados a este trabajo de tesis y el constante aliento en todo lo que significa mi formación.

A todos, muchas gracias.

INDICE

INDICE

TOMO I

	Pag.
RESUMEN	II.
INDICE : : : : :	VI.
NOTACIONES	

INTRODUCCION : : : : :	1.
------------------------------	----

I. SISTEMAS PLANOS. DEFINICIONES INICIALES.

1.1. Definición.....	14.
1.2. Funcionamiento resistente	16.

II. PROCESO DE ENTRADA EN CARGA.,

2.1. Proceso de entrada en carga;	
-----------------------------------	--

	Pag.
2.1. Proceso de entrada en carga en la sección	23.
2.2. Análisis elástico.	25.
III. CÁLCULO CLÁSICO.	
3.1. Modelo elástico. Descripción	31.
3.2. Ecuaciones de equilibrio de la sección en T	34.
3.3. Fisuración clásica	36.
3.4. Proceso numerico	39.
IV. ANÁLISIS POR AGOTAMIENTO.	
4.1. Crítica y consideraciones sobre el proceso seguido.	45.
4.2. Cálculo en agotamiento	58.
4.2.1. Descripción	58.
4.2.2. Diagramas de deformación	62.
4.2.3. Ecuaciones de equilibrio de la sección en T	63.
4.3. Práctica del método	67.
4.4. Determinación de giros	69.
4.5. Ejemplo	73.
4.6. Curva de deformaciones del acero para un determinado armado inferior simetrico	77.

	Pag.
4.7. Interpretación de resultados	78.
 V. DEFINICIÓN MATEMÁTICA DEL MODELO	
5.1. Definición de plastificación	82.
5.2. Modelo de comportamiento	84.
5.2.1. Curva modelo del hormigón	84.
5.2.2. Diagrama elástico	85.
5.2.3. Diagrama elasto-plástico	86.
5.2.4. Obtención del giro	87.
5.3. Comportamiento de la pieza	88.
5.4. Ejemplos	95.
5.4.1. Cuadro de valores sobre la disposición de armadura	95.
5.4.2. Ejemplos de salida con distintos armados	96.
5.4.3. Variación del giro con la cuantía. Fórmula de los trapecios	100.
5.5. Variaciones de geometría en la pieza	101.
5.5.1. Macizados	101.
5.5.2. Sección recatngular	102.
5.5.3. Piezas de sección recatngular acarteladas en los apoyos o en el vano	103.

	Pag.
5.6. Errores cometidos con el número de intervalos	103.
VI. ANALISIS DEL PROCESO DE PLASTIFICACIÓN. ESTADO DE SERVICIO DE UNA VIGA T.	
6.1. Análisis del proceso de plastificación	105.
6.1.1. Conclusiones de los valores obtenidos	105.
6.1.2. Proceso de búsqueda de giro nulo en el apoyo	108.
6.1.3. Reconstrucción del proceso de deformación para una pieza-armada con $U'/U=2/1$, proporción de empotramiento perfecto	109.
6.1.4. Sección T	114.
6.1.5. Pieza macizada en el apoyo	115.
6.1.6. Sección rectangular plana	116.
6.2. Programa	118.
6.3. Conclusiones	119.
6.3.1. Estrategia de armado sin plastificación de apoyo ni en vano	121.
6.3.2. Estrategia de armado con plastificación de apoyo y en vano	122.
6.3.3. Análisis del instante en el cuál comienzan a aparecer comportamientos no lineales, para distintas cuantías	123.
6.3.4. Relaciones U'/U -Momento de servicio	126.
6.3.4.1. Gráfico momentos de servicio-cuantía	127.

	Pag.
6.4. Agotamiento	128.
6.4.1. Introducción	128.
6.4.2. Cálculo del momento último	132.
6.4.3. Necesidad de entrar en el proceso de plastificación	135.
6.4.4. Plastificación en servicio y rotura. Pieza T ...	136.
6.4.5. Extensión a secciones rectangulares	137.

VII. PLASTIFICACIÓN DE APOYO

7.1. Cálculo de deformaciones	139.
7.2. Formación de rótulas plásticas	142.
7.3. Ejemplos	145.
7.3.1. Sección recatngular	145.
7.3.2. Sección T	147.
7.4. Estado de plastificación	149.
7.5. Gráfico rótulas-cuantías	154.
7.6. Resumen del proceso matemático	160.
7.7. Consideraciones sobre el proceso de rotura	162.
7.7.1. Acero	162.
7.7.2. Hormigón	166.

	Pag.
VIII. DEFORMACIONES EN ESTADO DE SERVICIO Y ESTADO LÍMITE ÚLTIMO.	
8.1. Cálculo de deformaciones	170.
8.2. Explicación del cálculo de flechas en servicio	171.
8.3. Comparación de flechas en servicio y con agotamiento de las - armaduras	174.
8.4. Consideraciones generales acerca de la flecha	181.
8.5. Resumen del proceso general	183.
IX. INFLUENCIA DE LAS DEFORMACIONES DIFERIDAS EN LAS DEFORMACIONES - EN ESTADO DE SERVICIO.	
9.1. Deformaciones diferidas	187.
9.2. Ejemplo	191.
X. EXTENSIÓN DEL MODELO PARA PIEZA EMPOTRADA-APOYADA.	
10.1. Pieza empotrada-apoyada	195.
XI. ENSAYO SOBRE MODELO REAL.	
11.1. Descripción del ensayo real sobre modelo de laboratorio	201.
11.1.1. Elementos de carga	203.

	Pag.
11.1.2. Elementos de medición	203.
11.2 Resultados obtenidos	204.
XII. CONCLUSIONES	210.
BIBLIOGRAFIA	
I. Teoría general	220.
II. Teoría aplicada y cálculo	222.
III. Artículos y monografías especializadas	224.
EPILOGO	227.
TOMO II	
ANEXO 1. TIPOLOGIAS.	
A.1. Tipologías.....	2.
A.1.1. Losa maciza	2.
A.1.2. Losa de hormigón encasetonada	3.
A.1.3. Losa de chapa de acero	3.

	Pag.
A.1.4. Vigüeta semiresistente	4.
A.1.5. Bloque forjante	5.
A.1.6. Vigüeta semiresistente	5.
A.1.6.1. Prefabricado total	7.
A.1.7. Tipologías en base a su resistencia	8.
A.1.8. Mecanismos de cálculo	9.
A.1.9. Sistemas industrializados	11.

ANEXO 2. ENTRADA EN CARGA EN LAS ALAS,

A.2. Ejemplo sobre la ley de entrada en carga en las alas	18.
---	-----

ANEXO 3. CÁLCULO CLÁSICO, FISURACIÓN, PROCESO MATEMÁTICO,

A.3.1. Ejemplo de salida del programa	26.
A.3.2. Esquema de funcionamiento de la pieza fisurada	27.
A.3.3. Cálculo de tensiones a momento positivo	28.
A.3.4. Cálculo de tensiones a momento negativo	30.
A.3.5. Valor de la tensión de cortadura en las alas	32.
A.3.6. Tensión de rasante en el nervio	33.

	Pag.
A.3.7. Comentarios	34.
A.3.8. Obtención de los giros en la pieza con dos momentos en el apoyo ...	36.
A.3.9. Descripción del programa	41.
A.3.10. Descripción matemática del programa	46.
A.3.11. Cálculo de las curvaturas elementales	50.
A.3.12. Ejemplo de viga apoyada	52.
A.3.13. Ejemplo de viga doblemente empotrada	53.

ANEXO 4. TABLAS.

A.4.1. Pieza empotrada-empotrada	55.
A.4.2. Pieza empotrada-apoyada	101.

ANEXO 5. ÁBACOS.

A.5.1. Abaco luz- f/L	122.
A.5.2. Abaco esbeltez- $h/L-f/L$	134.
A.5.3. Abacos cuantías $U+U'-f/L$	141.
A.5.4. Envolventes	144.
A.5.4.1. Resultados de la superposición de las gráficas	145.

	Pag.
ANEXO 6. PROGRAMAS	147.
ANEXO 7. APLICACIONES	
A.7.1. Variación de luz y canto	181.
A.7.2. Aplicación a secciones recatngulares	197.
A.7.3. Variación del ancho en las alas	200.
A.7.4. Variación del ancho en el nervio	203.
A.7.5. Variación de la resistencia del acero	206.
A.7.6. Variación de la resistencia del hormigón	209.
A.7.7. Variación del espesor de las alas	212.

NOTACIONES

1. CARGAS Y SOLICITACIONES

- N Esfuerzo normal de compresión en la sección.
- ΔN Incremento diferencial de compresión en una rodaja de pieza de espesor dy .
- y Distancia abscisa variable, cota de referencia de la sección que se estudia.
- $M, M(K)$ Momento flector de la sección -mkp- en estado de servicio.
- T Esfuerzo cortante en la sección -kp.- en estado de servicio,
- P Carga mayorada o de servicio según programa -kp/ml-
- $A\sigma_1$ Capacidad mecánica de la armadura de tracción,
- $A'\sigma_2$ Capacidad mecánica de la armadura de compresión
- U_c Capacidad mecánica del hormigón en toda la sección de dimensiones $b \times d$
- T Resultante de sección del bloque comprimido de hormigón.
- U Resultante de sección de la armadura traccionada.

2. LETRAS GRIEGAS

σ_x, σ_y	Tensiones normales, ejes X e Y -kp/cm2.-
τ_x	Tensión de cortadura dirección X -kp/cm2.-
γ_{xy}	Distorsión en el plano XY
ϵ_x, ϵ_y	Deformaciones longitudinales en el plano XY
ν	Módulo de Poisson.
ϵ_p	Deformación del acero por alargamiento plástico.
θ	Giro en radiades
$d\theta$	Giro diferencial entre dos secciones proximas dx .
σ_{c1}	Tensión de compresión del hormigón en el extremo superior de las alas.
σ_{c2}	Tensión de compresión del hormigón en el extermo inferior de las alas.
δ	Flecha Máxima en cm.
θ_0	Giro en el apoyo, contabilizado entre este y el punto de máximo momento positivo.
ϵ_a	Deformación del acero traccionado.
ϵ_b	Deformación delhormigón comprimido.
γ_c	Coefciente de minoración del hormigón -1.5-
γ_s	Coeficiente de minoración del acero -1.15-
γ_f	Coeficiente de mayoraciñ de cargas -1.60- -Todos ellos aplicados según EH-80-.

3, GEOMETRIA Y CONSTANTES

z	Brazo de palanca -cm-.
dz	Variación del brazo de palanca en una rodaja dx .
A, b_1	Ancho del nervio, cara inferior -cm-.
B, b_2	Ancho del nervio en las alas -cm-.
C, t	Espesor del ala -cm-.
L, l	Luz de la pieza a caras de entrega -mt-
E, F	Area de las armaduras superior e inferior en el vano, -en cálculo elástico-.
G, W	Area de las armaduras superior e inferior en el apoyo, -en cálculo elástico-.
U'	Area de la armadura superior en el apoyo. -cálculo plástico-.
U	Area de la armadura inferior continua en toda la luz, -cálculo plástico-.
I	Relación entre U'/U en cálculo plástico.
X_{lim}	Profundidad de la Linea Neutra en la sección en estado límite.
Y_{lim}	Profundidad del bloque comprimido de convenio $0,8x_{lim}$
H, f_{ck}	Resistencia característica del hormigón a 28 días.
f_{cd}	Resistencia de cálculo del hormigón a 28 días.
f_{yk}	Límite elástico del acero - Resistencia característica del acero.
J	Número de intervalos en que se divide la pieza en el programa para su análisis.
O	Indicador de posición dentro de la propia sección en el programa.
Q	Deformación del hormigón al 90% de su resistencia característica.
R	Deformación del hormigón a la altura de la cara inferior de las alas.
G	Profundidad del bloque plastificado de hormigón.
$U, W(K), Z$	Valores de giros en radianes, -Z se usa para definir la flecha en el programa-.
r_1 y r_2	r-variables correspondientes a los valores de los momentos aplicados en los extremos

E(K)	Matriz lineal de acumulación de los valores de las deformaciones del acero.
N(K)	Idem de las deformaciones del hormigón comprimido.
G(K)	Idem de las tensiones del hormigón comprimido.
C(K)	Idem de las curvaturas.
X(K)	Idem de las profundidades de la Línea Neutra.
M(K)	Idem de los momentos flectores.
M(W)	Valor del momento flectos en el punto de máxima ordenada positiva.
E,M	Módulo de dilatación lineal del hormigón $\text{-kp/cm}^2, \tau \sqrt{f_{ck}} \text{ 19.000 -secante-}$
E _s	Módulo de dilatación lineal del acero $\text{-kp/cm}^2, \tau$
G	Módulo de dilatación transversal del acero $\text{-kp/cm}^2, \tau$
D,d	Canto útil.
R,d'	Recubrimiento de la armadura comprimida.
X	Profundidad de la línea neutra en situación de equilibrio.
H,h	Canto total -m. 6 cm.-
N,n	Factor de equivalencia -hormigón-acero-
I _x	Momento de inercia de la sección respecto del c.d.g. -eje X-
I _o	Momento de inercia de la sección de hormigón sólo.
I ₂	Momento de inercia de la sección de hormigón totalmente fisurada, es decir, sin contar con la colaboración del hormigón a tracción.
S _x	Momento estatico de la sección de hormigón respecto al eje X.
M _{cr}	Momento critico de fisuración.

SE AÑADE MAS DE UN VALOR A LA NOTACION EN FUNCION DE COMO APARECE NOMBRADA EN LA EXPOSICION TEORICA O EN LOS PROGRAMAS.

INTRODUCCION

SISTEMAS PLANOS DE ESTRUCTURAS

(APROXIMACION AL MODELO DE ANALISIS DE PIEZAS RECTAS DE HORMIGON ARMADO EN ESTADO ULTIMO),

INTRODUCCIÓN

Los sistemas planos o segmento de estructura comunmente llamado forjado suponen el plano horizontal de la estructura con una participación en el coste del edificio relevante ~7 al 10%-. Detalle que abarca desde lo puramente estructural, cuya función primaria es el traslado de carga por flexión y es es fuerza cortante a elementos de jerarquía superior, a otras secundarias de arriostramiento, viento ect. o las derivadas de su propio proceso constructivo.

El hecho de que en el sistema plano, se den condiciones de enlace complejas o de difícil determinación, hace que no esten las bases de su análisis al mismo nivel que otros elementos de la estructura.

Esta tesis parte de las conocidas inconsistencias del análisis y normativa en lo referente a,

- 1 Tratamiento de la continuidad como pieza de sección constante, donde - el cálculo de leyes de momentos admite esa continuidad, cuando realmente se esta operando con piezas de sección variable, -especialmente manifiesta en piezas de sección T-.

El hecho de que las curvaturas dependan, no sólo del momento, sino también del momento de inercia ocasiona otro comportamiento de la continuidad que lleva a una migración de momentos flectores de las zonas más solicitadas a las menos.

- 2 Incongruencia en la aplicación del cálculo elástico en la fase de análisis y el plástico empleado en la de comprobación de secciones, sin nexo de unión entre ambos procesos.
- 3 Inconsistencia de los métodos utilizados, en lo referente a resolver la adaptación de la gráfica de momentos flectores a la ley de respuesta de la pieza y en consecuencia, a su capacidad resistente o posible margen de elevación de la capacidad de carga de la misma.
- 4 Falta coherencia en los diagramas modelo en uso. Los métodos clásicos -relajación, matriciales,..ect- basan sus resultados en modelos σ/ϵ lineales que se ajustan a una distribución elástica, por otra parte, los-

de dimensionado y comprobación los basan en diagramas parabolicos, rectangulares, mixtos..ect. con plastificación de convenio, advirtiendose una conocida-disyuntiva en ambos estadios de un proceso que debe entenderse como unitario-no sólo en su definición, como en su formulación.

- 5 No consideración de la rigidez a flexión de las vigas y flexión de los soportes, producida por el empotramiento del forjado.
- 6 Desprecio del trabajo secundario a flexión compuesta, realizado por el sistema en su función de transferencia de acciones horizontales -viento y sismo- y contribución a la propia estabilidad del edificio como arriostramiento general.
- 7 No consideración de la influencia que tiene en la pieza tanto la cantidad global de armadura, como su disposición, en el proceso de deformación.
- 8 No consideración en las alas de la sección T, debida al trabajo a esfuerzo cortante generado por la progresiva entrada de carga.
- 9 Influencia de las deformaciones iniciales y diferidas -fluencia y retracción- así como, las derivadas de la forma de aplicar la carga y del propio proceso-constructivo.

10 Tratamiento específico del problema de la fisuración al no ser iguales - las áreas útiles a M^+ y M^- .

Si bien, algunos de estos temas, se hallan enunciados en la bibliografía - especializada, carecen hoy de planteamientos rigurosos de uso, por lo cuál ante estas conocidas inconsistencias, de un lado, y las incógnitas sin despejar, del otro, esta tesis se centra en realizar un proceso de comprobación, sin incongruencia, operando sobre varias de las partes anteriores, insistiendo en el hecho de que los comportamientos en estado de servicio y - último pueden alejarse, por lo que del primero no puede actuarse para inferir el segundo. En este sentido, ambos procesos quedan diferenciados a lo largo del trabajo.

Esta incertidumbre, lleva a la búsqueda de una herramienta de carácter general y apoyo matemático que sirva para comprobar a la luz de la simulación de la realidad cualquier pieza que el mercado pueda ofrecer, verificando - su validez y limitaciones de norma.

A partir del estudio del trabajo de deformación asumido en las alas, al efecto de obtener una expresión correcta del estado de carga en cada sección y del análisis clásico elástico basado en condiciones de geometría, el

proceso se centra en el análisis basado en las deformaciones reales del acero y hormigón que componen la pieza.

El proceso de comprobación desarrollado en esta tesis, se apoya en la aplicación de las condiciones de contorno sobre el estado de deformación, a su vez basado en un conjunto de equilibrios locales de sección conseguidos a través de un proceso iterativo de forma automática.

De esta forma, la aplicación de los diagramas σ/ϵ del hormigón y acero, definen para cada sección una situación específica de deformación real para una - de sollicitación.

Esta manera de avanzar con todas las variables registradas, pone en relación biunívoca el mecanismo de cálculo con la realidad del modelo, obteniéndose para cada sección, su forma especial de reaccionar en función de su posición.

La aplicación de este modo de analizar, lleva a justificar las correcciones - de la actual EH-80 en lo referente a considerar "...comportamiento más allá de su fase elástica" o los incrementos de momentos positivos por tal fenómeno, de forma incongruente con la determinación de esas gráficas, llevando a considerar la muy posible aparición de giros plásticos reales en el apoyo aún en estado de servicio.

De igual manera, el método lleva a establecer la pieza, bajo estado de ser-

vicio reaccionando fuera de sus límites de linealidad y en estado último de rotura, no solo fuera de estos límites sino con zonas de comportamiento plástico.

Estos hechos llevan a la imposibilidad de seguir progresando en el análisis sino es avanzando en el proceso de plastificación y el de sus armaduras.

En este sentido el ordenador es una excelente herramienta, para avanzar en el proceso con el riguroso y necesario registro de variables.

Sabido es el hecho de que gran parte de los problemas definidos parametricamente, han quedado resueltos o pueden formularse sin dificultad, con gran aproximación, aún cuando el número de elementos sea grande, con el advenimiento de los ordenadores digitales. Dado que la capacidad de memoria y limitación del tiempo de ejecución es finita, los problemas continuos sólo pueden resolverse mediante resoluciones matemáticas, que este caso arrojan cotas de decorosa exactitud.

En la aplicación del método se usará un propio sistema de discretización que conlleva, necesariamente a alguna simplificación, no en desacuerdo con el fenómeno físico.

En otro orden, la discretización de problemas continuos, no nueva, se ajusta a este caso, pues tiene historia en el campo de la mecánica de sólidos con Mc Henry, Hrenikoff y Newmark -1.941- después Clough, Argyris y Turner ya en el -

propio terreno de la teoría de los elementos finitos, a la cuál esta tesis solo hará referencias obligadas como método integral del desarrollo de este modelo en orden al manejo del elemento diferencial tridimensional. Aquí no se intenta definir ningún procedimiento general de discretización de problemas continuos, más dentro aquel de la teoría aludida, que del propio proceso de análisis desarrollado.

En este sentido, el sólido elasto-plástico, afectado de las condiciones establecidas en cada sección por los diagramas σ - ϵ que afectan a su comportamiento real, queda dividido en partes, cuyo comportamiento en cada una de ellas viene fijado por un número de parámetros -acción, sollicitación, deformación, curvatura...- en donde, desde el registro de todos ellos se aplican las condiciones de borde a la resolución general.

El programa al recorrer la pieza, sección a sección, halla flechas locales momentos, curvaturas, todo ello estableciendo las zonas de comportamiento lineal, no lineal y plástico, situándose en términos próximos a la realidad. A partir de las situaciones de equilibrio, se hace un análisis de la flecha en estado de servicio y en estado último de rotura, verificando cuales-

son las zonas de rótula plástica necesaria para cada organización de armado. En este sentido, se observa una inconsistencia grande en lo referente a los métodos clásicos de análisis usados hasta ahora. Todo ello, si se tiene en cuenta que, casi todos los programas de biblioteca realizan el análisis de la estructura, basandolo unicamente en terminos de geometría -inercia y rigidez- y sin embargo se usan métodos elasto-plásticos a la hora de la comprobación de secciones y determinación de cuantías. Si a este hecho se añade el error que se comete al considerar la curvatura como una función del momento flector M y no de la inercia también M/I en los metodos de Cross y matriciales actualmente en uso.

Las conclusiones en este sentido adolecen de la conocida falta de correspondencia, obviada mediante el ordenador, que en sus propios procesos avanza -llevando control de los distintos estados de deformación en todas las secciones estableciendose en cada sección analizada la relación causa-efecto real. Definidas las rotulas, se pasa a establecer las relaciones límites entre flecha de servicio y flecha de rotura, previa determinación de los momentos últimos de apoyo, vano y la carga de rotura para esa disposición de armado. Con todos los datos se confecciona un modelo de manual que abarca el espec -

tro de uso de los sistemas comunmente en uso.

En todo el proceso, queda un aspecto de indudable interés y es la verificación del modelo de comprobación con la realidad. Para ello, y gracias a su propia versatilidad, que lo hace apto a cualquier geometría y material, se comparan sucesivos estados de servicio con los distintos estados de carga de una viga rectangular -ensayo sobre modelo real facilitado por el Laboratorio INTEMAC- doblemente apoyada, obteniendose variaciones en la flecha máxima de servicio del orden de la decima de milímetro, hecho que acuerda perfectamente el modelo presentado en esta tesis con la realidad.

En el anexo 4 se facilita toda la información de servicio y rotura necesaria para su comprensión, siendo superior a la necesaria realmente para diseñar, ofreciendose esta última en los ábacos del Anexo 5. El Anexo 6 facilita los listados de los programas más relevantes del método.

El Anexo 7, contiene un corto repertorio de salidas por PLOTTER HP-9712-A - donde se resuelve el mismo caso, con variaciones de geometría y material y - en donde la conclusión más relevante es que, la máxima participación en el proceso de deformación, al variar todos los parámetros, se obtiene con la cantidad de armado, no con su organización en la pieza, hecho que afecta a las deformaciones del acero y hormigón.

- La aportación más característica de esta tesis, debe situarse a juicio del autor, en uno de los intentos de determinar con precisión las leyes reales de momentos flectores que solicitan la pieza y el control sobre ellas con la disposición de armadura, tanto en situación de servicio como de rotura. De esta determinación es inmediato el conocimiento de su estado de deformación.
- También el hecho de establecer la influencia que ejerce la disposición de la armadura en dicho comportamiento.
- De determinar las zonas plastificadas, necesarias para los supuestos de entrega y cantidad de armadura.
- Del establecimiento de un modelo de análisis que abre la posibilidad de introducir en él, cualquier cambio en la geometría y material, creandose así una herramienta que puede determinar con precisión los límites de resistencia y uso afectandole de la normativa correspondiente, pudiendose aplicar a problemas de peritaje en los que se conoce el dimensionado y se trata de establecer los límites de resistencia.
- El hecho de haber ampliado el estudio a piezas empotradas-apoyadas, -caso de borde-, estableciendose las diferencias que cualifican cada caso, abre la puerta al estudio de la continuidad y en definitiva al estudio del estado último dentro de la estructura, en orden a un aprovechamiento plástico de la

misma basado en un conocimiento riguroso,

-Las conclusiones, en general, se encaminan a establecer que, los sistemas en uso no son más peligrosos, en orden a la seguridad, que otros de formulaciones más simples. El nivel de seguridad obtenido en la actualidad no es mayor que con otro procedimiento de cálculo, pero tampoco más bajo. En este sentido, un objetivo de esta tesis, es demostrar la posibilidad de conseguir igual seguridad con métodos más sencillos. (*)

Al final, se expone la bibliografía especializada, que ha servido de elemento de estudio y consulta en este trabajo.

(*) Una lectura rápida de esta tesis, puede omitir los capítulos I, II y III.

I, SISTEMAS PLANOS
DEFINICIONES INICIALES

1. SISTEMAS PLANOS

1.1. DEFINICION

Este trabajo entenderá por sistema plano el producto industrial -compuesto de uno ó varios elementos- de forma superficial, o lo que es lo mismo, dominando dos de sus dimensiones sobre la tercera, capaz -de sostenerse a sí mismo y conformar superficies -planas transitables, por trabajo basico de flexión. Gran parte del peso que soportan es el suyo propio, de ahí que siendo sus requerimientos resistentes bajos, en general, los fabricantes tiendan a la eliminación mayor posible de ese peso propio.

Su misión es constituir la estructura de superficie plana y trasladar el sistema de cargas que recibe a elementos de categoria superior. Aunque como misión secundaria puede actuar como elemento de transferencia de acciones horizontales a los preparados para-asumirlas o elemento de arriostramiento y atado en-toda la estructura.

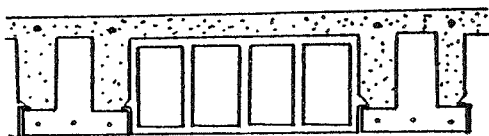


FIGURA 1.1.

Su diferencia frente a una viga, estriba en ser una estructura de superficie, esta debe ser cubierta de forma continua y total y por lo tanto pisable -debe definir planos horizontales-.

En su definición geométrica, dos de sus dimensiones se encuentran fijadas por la geometría en planta - del diseño y solo en cuanto a su geometría podrá actuarse sobre su canto, sin entrar en los relacionados con la estructura luz viga-luz forjado. Fig.1.1.

Así el canto influirá en el resultado de la forma,

1.1. A mayor canto, mayor es el peso propio y mayor el volumen de material, con lo cuál mayor el coste.

La dependencia canto-peso propio, será lineal en las macizas -material homogéneo-, pero no en forjados en los que la densidad media puede disminuir al aumentar el canto,

1.2. A mayor canto, mayor es el brazo de palanca de respuesta por flexión y por lo tanto menor es el armado en tracción.

1.3. Las obras auxiliares que inciden en el coste -

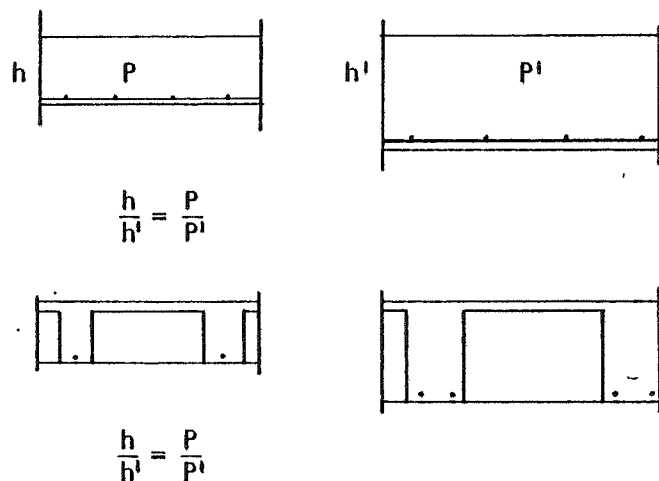


FIGURA 2.1.

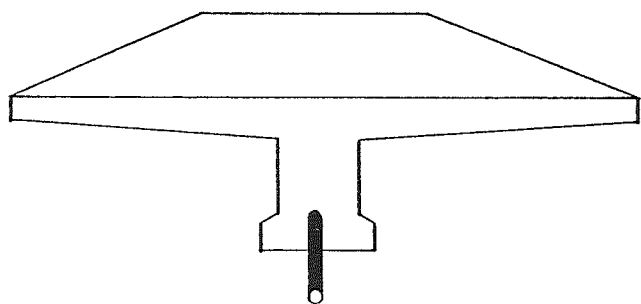


FIGURA 2.2.

dependen poco ó nada del canto, siendo este un parametro fijo de penalización cualesquiera que sea el producto que se utilice.

2, FUNCIONAMIENTO RESISTENTE

Para una misma carga, luz y canto la sollicitación de flexión genera iguales cantidades de tracción y de compresión, que, salvo en los tradicionales forjados de madera, todas las patentes existentes, resuelven la tracción a base de acero -Coste específico estructural bajo a tracción- y la compresión a base de hormigón -CEE bajo en compresión-. Fig. 2.1 2.1, Tracción (3)

Se suministra provista de sus propiedades resistentes, pero no exenta en casos, de alguna manipulación "in situ" siendo bastante cara su adecuación y colocación. Fig 2.2.

Puede presentarse: laminada, en redondo, chapa, pretraccionada ó no. En esta tesis se usará siempre en

redondo, no sujeto a tensiones iniciales, salvo las propias del material adquiridas en su proceso de fabricación.

2.2. Compresión (5)

Siempre de hormigón, requiere manipulación -vertido, vibrado, regado, ect.- Además de la conformación del encofrado. En general adquiere su resistencia definitiva "in situ" salvo sistemas prefabricados totales o viguetas resistentes.

Puede presentarse: fraguada "in situ", precomprimida o no. En el trabajo aparecerá sin tensiones iniciales.

2.3. Esfuerzo cortante (4)

Aparece con la carga, generalmente encomendada su transferencia al hormigón armado más acero dispuesto a este efecto. Supone la comunicación resistente entre la tracción y la compresión.

Puede requerir obra auxiliar o no, incluso venir montado con la propia vigueta. Fig.2.2.

Puede presentarse: laminado -alma del perfil- redondo, hormigón fraguado ó vertido.

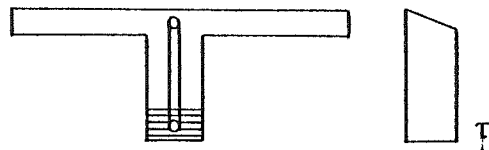


FIGURA 2.3.

En general no supone mucho coste, en relación con el resto de parámetros.

Como este trabajo trata fundamentalmente de un método de comprobación de piezas a tensión normal omitirá la incidencia del esfuerzo cortante en el proceso, por no considerarlo de relevancia en el método a seguir, donde en elementos planos influye menos.

2.4. Relleno.

Necesario, al exigirse una superficie lisa de utilización, En general requiere manipulación igual para todos los tipos "in situ". Requiere comprobaciones de nivelado y se le exige resistencia a compresión y estanqueidad.

Puede presentarse; fraguado o de realización "in situ". Figura 2.4.

2.5. Autoportancia.

Necesaria al tener que mantener las piezas del forjado en una determinada posición provisional, por el hecho de no venir preparadas inicialmente por si

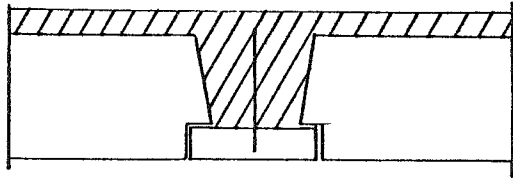


FIGURA 2.4.

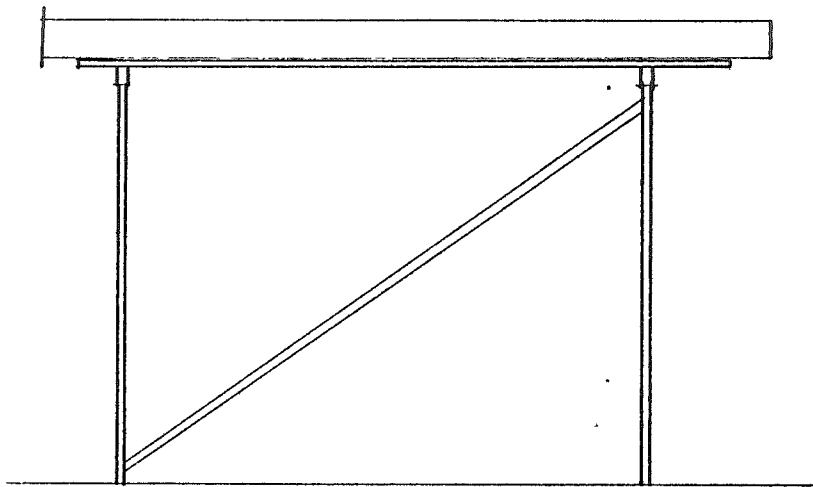


FIGURA 2.5. Puede presentarse, de madera, poliester, acero. Fig2.5.

solas para su forma definitiva de trabajo.
Puede ser imprescindible -semiviguetas-, total -losas de hormigón macizas-

Requieren gran obra auxiliar, por consiguiente caretía y un específico orden de construcción según tipo. Se le exige; indeformabilidad, resistir durante los periodos de fraguado el peso del forjado y del uso -provisional que tenga accidentalmente.

2.6. Cubrir superficie.

Sin misión específica resistente, aunque ocasional -mente puede tener trabajos secundarios. Su función -reside en rellenar de forma estanca, y con poco peso los espacios existentes entre el material de trabajo específico.

Puede presentarse; cerámica, acero, en chapa, hormi-
gón ligero ó no, aire -encofrado recuperable-.Fig2.6.

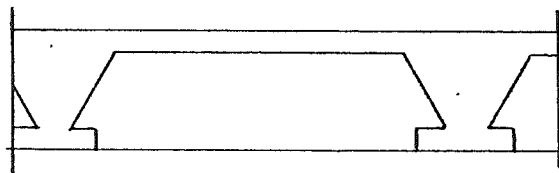


FIGURA 2,6.

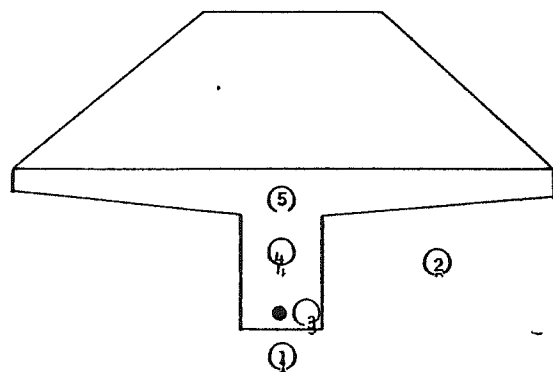


FIGURA 2.7.

Los seis requerimientos o parámetros, constituyen - el sistema plano. Donde cada uno de ellos combinado de distinta forma dá origen a la variedad de fabricante especializados. Puede establecerse que un buen forjado tendrá,

- 1- Autopotencia máxima.
- 2- Pocos elementos, pocos pesados para cuajar superficie.
- 3- Elementos a tracción muy baratos y poco complicados de manipular.
- 4- Material imprescindible a esfuerzo cortante.
- 5- Poco peso propio, bajo CEE.
- Suficiente velocidad de ejecución.

Fig.2.7.

Es deseable que estos requerimientos sean cubiertos al 100% por todos ellos, pero no es así, sino que - los fabricantes ofrecen unos a cambio de otros, así por ejemplo la losa maciza de hormigón -bidireccionalidad- a cambio de una puesta en obra, en los referente al hormigón vertido, barata, poseer pocos e lementos y CEE bajo del hormigón.

Exige: Fuerte encofrado, autoportancia nula, mucho-
peso propio -con frecuencia injustificado con la -
carga que recibe- y un minucioso control de obra.Fig2.8.

El forjado total industrializado, sin embargo, a -
cambio de la gran rapidez de montaje, pocos elemen-
tos, manipulación muy pequeña.

Exige: gruas auxiliares de gran porte, costos ini-
ciales muy superiores, pues las operaciones anterior
es se han efectuado en factoria.

En resumen, se trata de adecuar en obra un producto
que ya viene más o menos acabado.

En el anexo 1 , Tomo II se aporta información sobre
tipología, luces, cargas y sistemas de forjados.

II. PROCESO DE ENTRADA EN CARGA

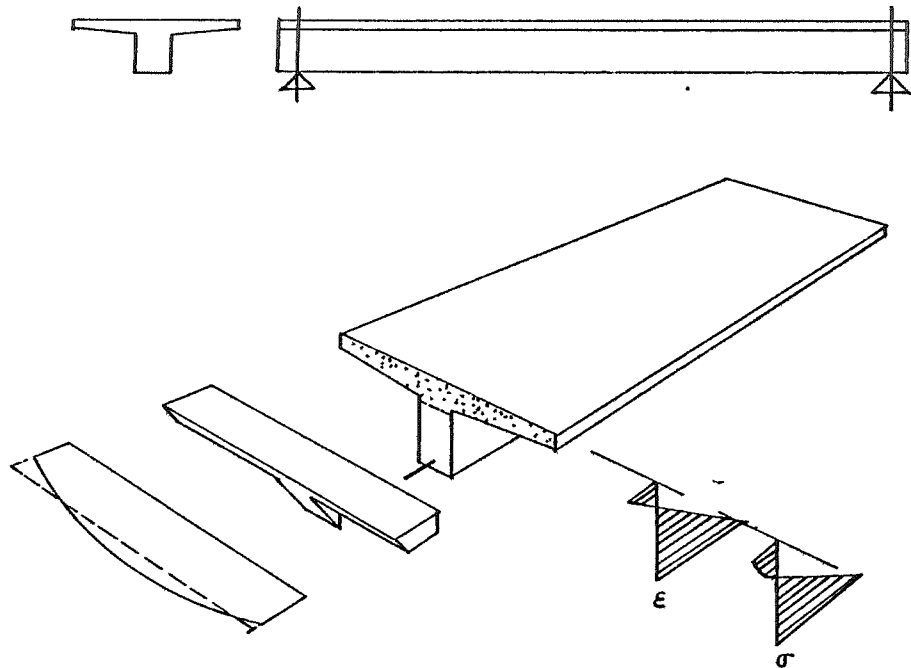


FIGURA 2.1.

2. PROCESO DE ENTRADA EN CARGA EN LA SECCION

En un intento de abordar el proceso mecánico con-
rigo, la asimetría de la sección del forjado, ad
vierte de la falta de determinación que existe so
bre la forma de asumirse la carga por las alas y-
en consecuencia su forma de trabajar. Fig.2.1.

No parece existir mucha coherencia con el modelo-
de cálculo de norma y lo que supone el comportami-
ento real de la estructura flexible en lo referen-
te a las características que proponemos analizar,
considerado por la EH-80 como actuación de una -
fuerza uniforme, previa transformación de la es-
trutura real en una estructura de ancho en las -
alas ficticio.

Temas como, secciones fisuradas, transmisión del-
esfuerzo cortante, colaboración conjunta del hor-
migón y acero en el proceso de deformación, varia-
ción de los estados lineales a plásticos dentro -
de la pieza, todavía están oscuros o difíciles de

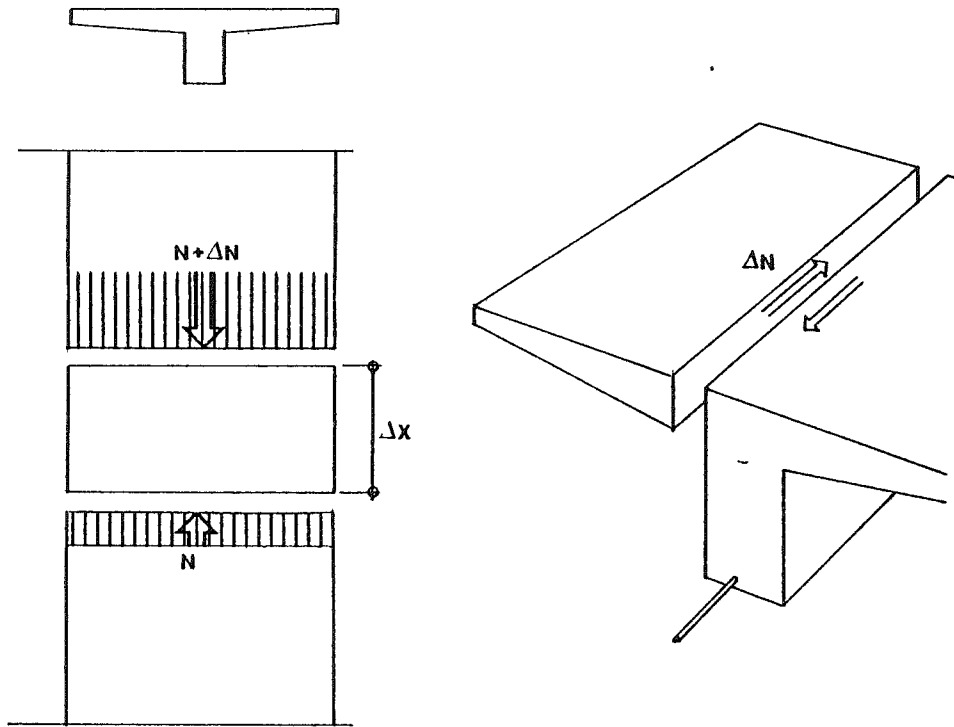


FIGURA 2.2.

obviar a la luz de normativa.

Naturalmente, el análisis de esta misma estructura dentro del edificio, lleva a situaciones más oscuras de las cuales hoy no existen formulaciones que resuelvan problemas como, el funcionamiento del forjado a solicitaciones de flexo-compresión, como las derivadas de la actuación de la carga vertical y el viento o sismo. El análisis de esta misma transmisión con el tipo de estructura, ¿cuál es la relación de vínculo establecida en la unión con cualquier tipo de viga y vigueta?, ¿cómo se alteran las condiciones de trabajo de un forjado por las situaciones derivadas de su propio proceso constructivo?. Naturalmente, cada una de estas cuestiones supone - por si sola, panoramas complejos correspondientes a áreas todavía no exploradas.

Se intentará aquí, nada más fijar la atención en el primero de los aspectos o entrada de la carga en las alas. Fig 2.2.

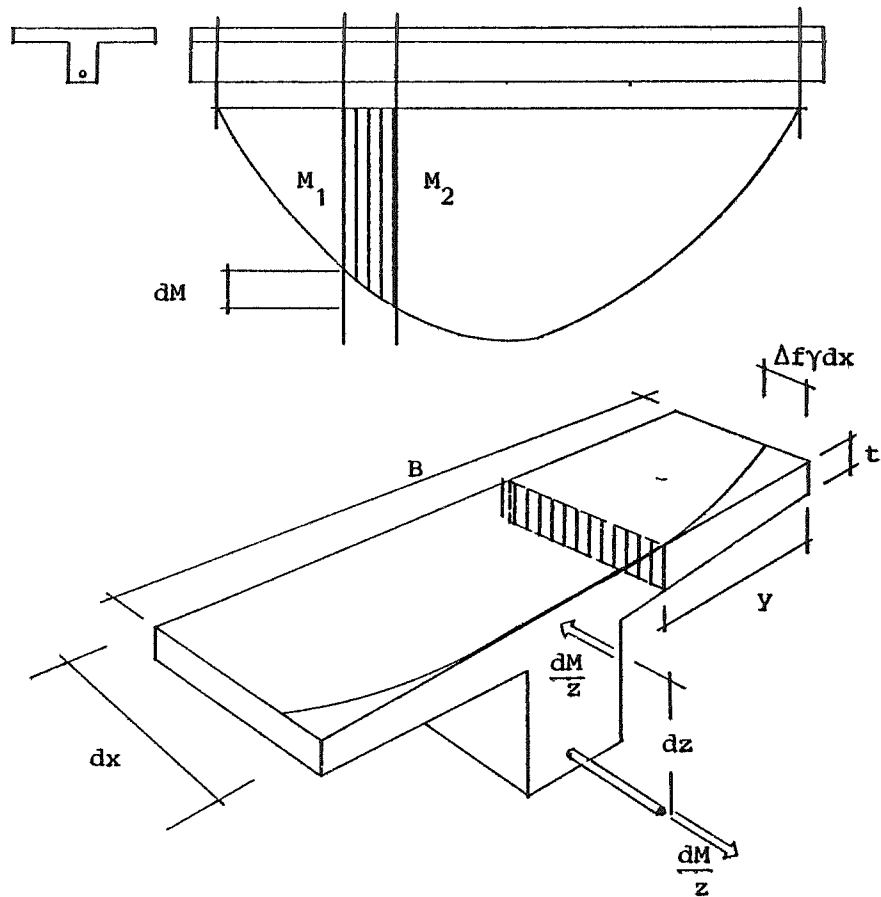


FIGURA 2,2.

2.2. ANALISIS ELASTICO

Consideremos una pieza de sección T sometida a una ley de momentos flectores positivos. Para momento positivo, -tracción inferior- las alas estarán comprimidas, en una rebanada de pieza de valor dx , - con una tensión de valor,

$$\sigma_1 = \frac{dM}{z.B.t}$$

y equilibrando fuerzas en el elemento,

$$\frac{dM}{z.B.t} y.t = \frac{dM}{z} \frac{y}{B}$$

las tensiones de cortadura en el ala serán,

$$\tau_x = \frac{T}{z} \frac{y}{B} \frac{1}{tdx} = \frac{dM}{dx} \frac{1}{z} \frac{y}{B} \frac{1}{t}$$

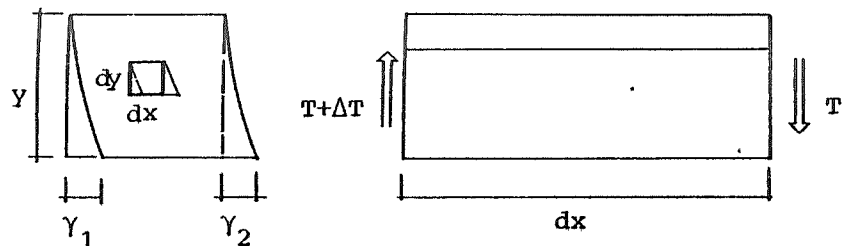
y poniendo el momento en función del cortante,

$$\tau_x = \frac{T}{z} \frac{y}{B} \frac{1}{t} = \frac{y}{B} \frac{T}{zt} \text{ kp/cm}^2.$$

luego,

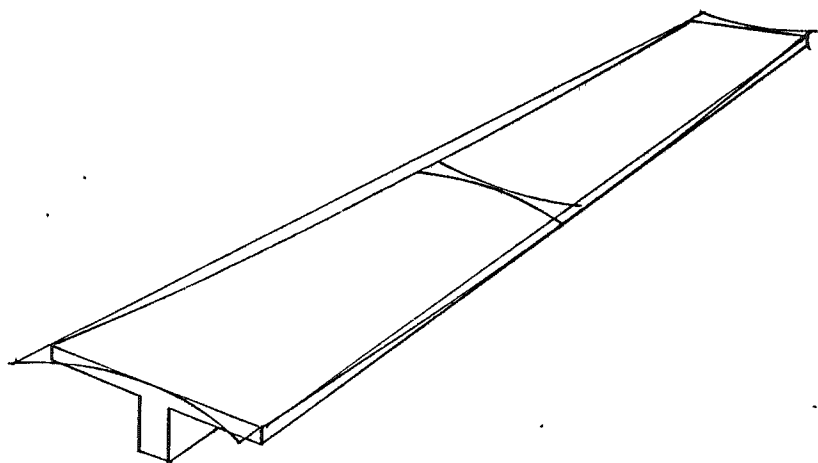
$$\gamma_{xy} = \frac{\tau_x}{G}$$

Fig. 2.2.



$$\frac{dx}{dy} = \gamma_{xy}$$

FIGURA 2.3.



luego la distorsión será,

$$\gamma_{xy} = \frac{1}{G} \frac{T}{zt} \frac{y}{B} = \left(\frac{1}{G} \frac{T}{zt} \frac{1}{B} \right) y$$

así, entre dos secciones próximas las deformaciones o distorsiones angulares se obtienen a través de un proceso diferencial. Fig.2.3.

$$\frac{1}{G} \frac{(T+dT)B}{2t.z} - \frac{TB}{G.2t.z} ; \text{ si P es la carga,}$$

$$\frac{dx}{dy} = \Delta \gamma_{xy} = \gamma_1 - \gamma_2 = \frac{B}{2G} \frac{1}{2t} \frac{dT}{dx} = P \frac{1}{2G} B =$$

$$= \frac{kp}{cm} \cdot \frac{1}{\frac{kp}{cm^2}} cm = cm.$$

expresión que tiene las dimensiones de longitud.-

Por este camino no se cumplen las condiciones de contorno ya que este razonamiento lleva a suponer

que ambos cortantes a uno y otro lado de la pieza

son iguales y de distinto signo lo que equivale a

una incompatibilidad de deformación, ya que el es

fuerzo cortante se va acumulando en la pieza de -

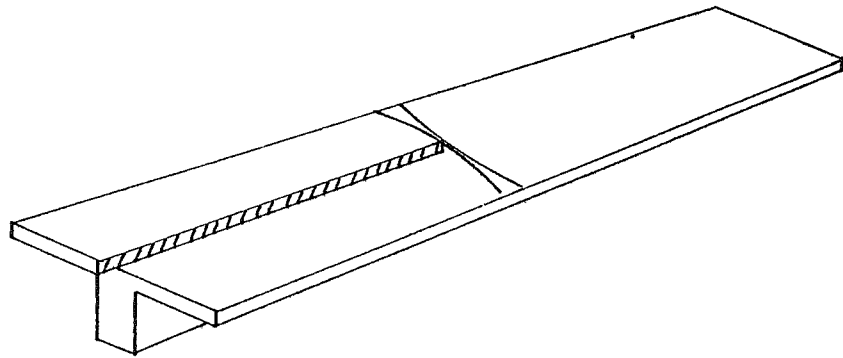


FIGURA 2.4.

forma gradual y las deformaciones en esos puntos - debieran anularse.

Es necesario, partir de la función de Airy que se adapte a las condiciones de contorno exigidas por la sollicitación y el esquema de cargas. Condición que podría ser tg horizontal en el centro para la vigueta doblemente apoyada.

Considerando el estado como plano, las tensiones- vendrán determinadas por las ecuaciones de equili**br**io y compatibilidad ⁽²¹⁾.

$$\frac{\delta \sigma}{\delta x} + \frac{\delta \tau_{xy}}{\delta y} = 0$$

$$\frac{\delta \tau_{yx}}{\delta x} + \frac{\delta \sigma_y}{\delta y} + \rho g = 0$$

$$\left(\frac{\delta^2}{\delta x^2} + \frac{\delta^2}{\delta y^2} \right) (\sigma_x + \sigma_y) = 0$$

Fig.2.4.

⁽²¹⁾ ELASTICIDAD.-El problema elástico- A.G. de Arangoa.

$$\epsilon_x = \frac{1}{E} \{ (1-\nu^2) \sigma_x - \nu(1+\nu) \sigma_y \}$$

Si se desprecian las tensiones σ_y y en consecuencia las ϵ_y solo tendremos,

$$\tau_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{\mu} = \frac{2(1+\nu)}{E} \tau_{xy}$$

la ecuación superior se satisface, según una función $A(x,y)$ que en nuestro caso no puede ser elegida arbitrariamente y que tendrá que cumplir el ser biarmónica, es decir,

$$\frac{\delta^4 A}{\delta x^4} + 2 \frac{\delta^4 A}{\delta x^2 \delta y^2} + \frac{\delta^4 A}{\delta y^4} = 0$$

En este extremo del problema, solo cabe la solución de tanteo, en donde, comprobada que es biarmónica, y tomando para las tensiones el valor de sus segundas derivadas $\frac{\delta^2 A}{\delta x^2} = \sigma_x$ se podrá ajustar que estas tensiones corresponden a un posible estado de desequilibrio.

Por no considerar dentro del proceso general esta

línea como de relevancia dentro del estudio global de la pieza y además por poderse incluir sin dificultad "a posteriori", se abandona este aspecto.

En el anexo 2, Tomo II se encuentra un ejemplo del cálculo de deformaciones del ala como base para establecer su forma de trabajo.

Sin olvidar que en teoría de placas se producen ciertas aproximaciones iniciales para simplificar el problema a dos dimensiones. Tales hipótesis se refieren a la variación lineal de deformaciones y tensiones sobre líneas normales al plano de la placa definida por las alas. Digamos que lo expuesto tiene sentido si el espesor es pequeño y las distorsiones también.⁽²²⁾

(²²) Puede ampliarse en EL METODO DE ELEMENTOS FINITOS. Zienkiewicz C°10 Flexión en placas delgadas.

III. CALCULO CLASICO

MODELO ELASTICO

3.1. DESCRIPCION.

Intentaremos a partir de ahora recurrir a comprobaciones geometricas de piezas, acudiendo al cálculo clásico del hormigón armado ⁽³¹⁾ fig 3.1.1. En donde para comprobar cualquier sección de hormigón armado se procede, siempre que se conozca la geometría de la sección, armaduras y momento de servicio, a determinar la profundidad de la línea neutra, bien analíticamente o por tanteos -este último, será el origen de desarrollos posteriores-.

Se entiende que vamos a manejarnos dentro de las Hipotesis de Navier, Hooke y Bernouilli.

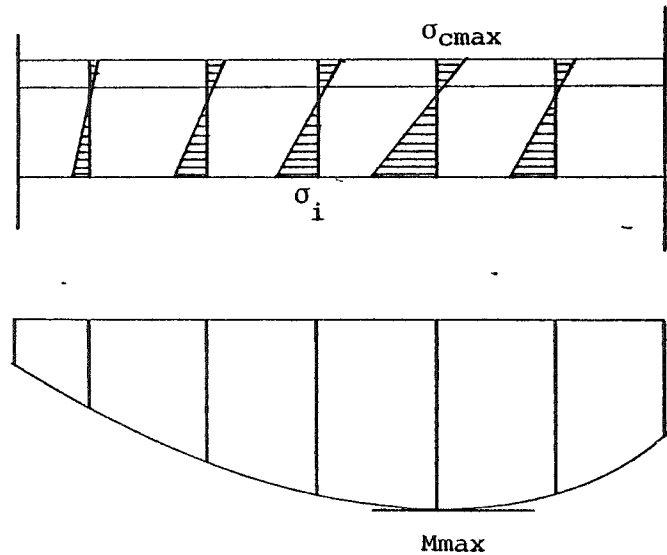


FIGURA 3,1,1.

⁽³¹⁾ Hormigón armado. Jimenez Montoya. Tomo I. Capitulo XI.

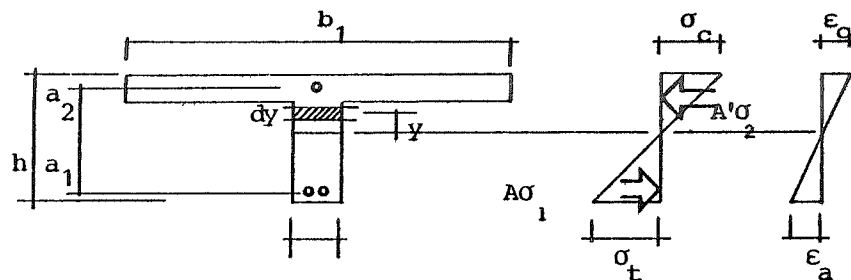


FIGURA 3.1.2.

S_x = Momento estatico de la zona comprimida respecto a la fibra neutra.

$$S_x = \int_a^{x-a_2} b_y y \, dy + \int_{x-a_2}^x b_2 y \, dy$$

$$S_x + nA' (x-d') - nA(d-x) = 0$$

Si las leyes de ϵ y σ son rectas, por la proporcionalidad de las leyes de la figura 3.1.2

$$\frac{\sigma_y}{y} = \frac{\sigma_2}{n(x-d')} = \frac{\sigma_1}{n(d-x)} = \frac{\sigma_c}{x}$$

sacadas de las integrales clásicas,

$$\int b_y \sigma_y \, dy + A' \sigma_2 - \sigma_1 A = 0 \quad ; \quad \Sigma F = 0$$

$$\int b_y \sigma_y y \, dy + A' \sigma_2 (x-d') + A \sigma_1 (d-x) = M$$

si n es el coeficiente de equivalencia acero-hormigón,

$$I_x = \int_0^{x-a_2} b_1 y \, dy \, y^2 + \int_{x-d_2}^x b_2 y \, dy \, y^2 =$$

$$= \frac{1}{3} ((b_1-b_2) (x-a_2)^3 + b_2 x^3)$$

Si añadimos los momentos de inercia de las armaduras, donde,

$$I_x + nA'(x-d')^2 + nA(d-x)^2 = \frac{Mx}{\sigma_c}$$

donde, M = Momento de servicio

σ_c = Máxima tensión de compresión del hormigón

x = Profundidad de la línea neutra

A = Área de la armadura de acero traccionado

A' = Área de la armadura de acero comprimido

d = Canto útil del hormigón

d' = Recubrimiento de la armadura A' -hasta su centro de gravedad-

Si consideramos como sección homogénea la formada por la zona comprimida del hormigón más las armaduras multiplicadas por el coeficiente de equivalencia,

$$A_{e1} = A_x + n(A+A') = b_1(x-a_2) + a_2 b_2 + n(A+A')$$

$$S_{e1} = S_x + nA'(x-d') - nA(d-x)$$

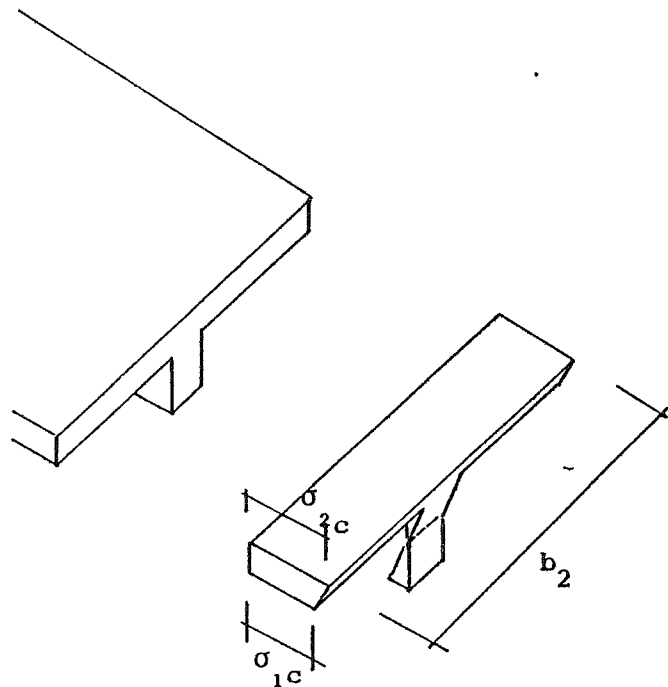


FIGURA 3.2.1.

$$I_{e1} = I_x + nA' (x-d')^2 + nA(d-x)^2$$

así, las ecuaciones de equilibrio se simplifican,

$$S_{e1} = 0 \quad ; \quad \sigma_c = \frac{M_x}{I_{e1}}$$

3.2 Ecuaciones de equilibrio de la sección en T

$$A_x = (x-a_2)b_1y + a_2b_2 \quad \text{Area del hormigón comprimido}$$

$$S_x = a_2b_2 \left(x - \frac{a_2}{2}\right) + (x-a_2)b_1 \left(\frac{x-a_2}{2}\right)$$

$$I_x = \int_0^{x-a_2} b_1 y^2 dy + \int_{x-a_2}^x b_2 y^2 dy = \frac{b_1}{3} (x-a_2)^3 + b_2 \frac{x^3}{3} - \frac{b_2}{3} (x-a_2)^3 =$$

$$I_x = \frac{1}{3} ((b_1 - b_2) (x-a_2)^3 + b_2 x^3) \quad \text{Fig. 3.2.1.}$$

y substituyendo en las ecuaciones generales,

$$\frac{1}{3} ((b_1 - b_2) (x-a_2)^3 + b_2 x^3) + nA' (x-d')^2 - nA(d-x)^2 = \frac{M_x}{\sigma_c}$$

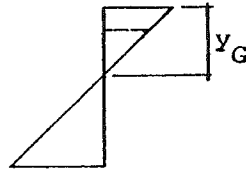
$$0 = a_2 b_2 \left(x - \frac{a_2}{2}\right) + (x - a_2) b_1 \frac{(x - a_2)}{2} + nA' (x - d') - nA(d - x)$$

Tomando momentos respecto a la armadura de tracción,

$$\Sigma F = 0 ; 0 = (\sigma_{c1} + \sigma_{c2}) a_2 b_2 \frac{1}{2} + A' \sigma_2 - A \sigma_1$$

$$\Sigma M = 0 : M = (\sigma_{c1} + \sigma_{c2}) a_2 b_2 \frac{1}{2} y_G + A' \sigma_2 (d - d')$$

CALCULO LOCAL DE y_G



$$\frac{x \sigma_{c1}}{2} \frac{x}{3} + \frac{\sigma_{c1} + \sigma_{c2}}{2} a_2 b_2 y_G \text{ volumen de tensiones del hormigón}$$

$$b_1 \frac{(x - a_2)}{2} \sigma_{c1} \frac{(x - a_2)}{3} + \frac{\sigma_{c1} + \sigma_{c2}}{2} a_2 b_2 y_G = \frac{2}{3} x^2 \sigma_{c2} b_2$$

$$y_G = \frac{\frac{(x - a_2)^2}{3} b_1 \sigma_{c1} + x^2 \frac{2}{3} \sigma_{c2} b_2}{\frac{\sigma_{c1} + \sigma_{c2}}{2} a_2 b_2}$$

Si sabemos que, $\epsilon_s = \frac{\sigma_s}{E_s}$; $M = A_s \sigma_s z$

siendo z el brazo de palanca, si entre las tres ecuaciones eliminamos ϵ_s y σ_s resulta,

$$(EI)_2 = E_s A_s z (d-x)$$

donde las variables son conocidas.

En este desarrollo clásico se comete una imprecisión a juicio del autor, que sería prescindir de aquellos dominios donde el hormigón conservando capacidad de deformación se equilibra por armaduras que han superado el límite elástico, caso como se verá más adelante, en el que están la gran parte de las secciones en agotamiento.

3.3 FISURACION CLASICA

Para el caso de momentos superiores a los momentos de fisuración se propone la expresión del I momento de inercia de la sección fisurada, debida a Branson e incorporada a las Normas A.C.I.⁽³²⁾

⁽³²⁾ Consultar Normas ACI

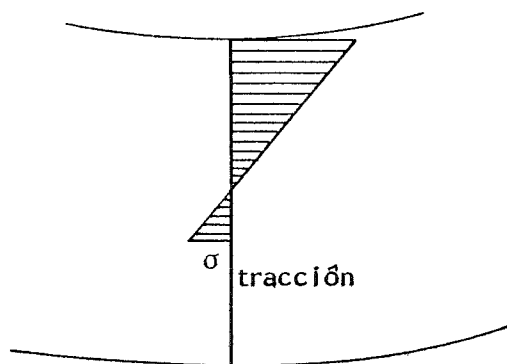
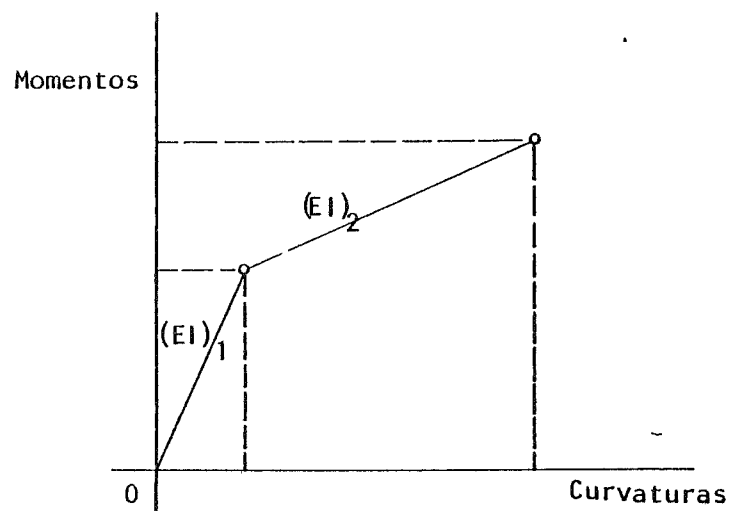


FIGURA 3.2.3.

En esta ocasión se manejan en memoria las variables -
siguientes de geometría y sollicitación, como son: el-
canto útil, los anchos superiores e inferiores, las -
cuantías de armadura, las deformaciones, curvaturas...
Sería importante destacar, que en rigor se deberían
tomar los incrementos de tensión dados por el peque-
ño bloque -bajo la línea neutra para momentos posi-
tivos- que proporcionaría la colaboración del hor-
migón a tracción⁽³³⁾. Fig. 3.2.3.

La rigidez de la viga fisurada puede calcularse, de
acuerdo con las hipótesis de deformación plana,

$$\frac{1}{\rho} = \frac{d\theta}{dx} = \frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{M}{EI_2} = \frac{\epsilon_s + \epsilon_c}{d} = \frac{\epsilon_s}{d-x}$$

⁽³³⁾ Desarrollado en la BECA COAM "ELEMENTOS SUPERFICIALES PLANOS RESISTENTES A FLEXION" en la cuál el autor de esta tesis colaboró.

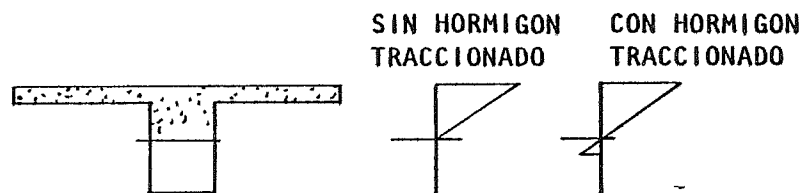


FIGURA 3.2.4.

Las colaboraciones del hormigón a flexo-tracción son las que definen en definitiva la primera fisura, y supone aceptar el cambio de pendiente en los diagramas momento-curvatura, en un tramo recto en el intento de aproximarnos a la realidad.

Sin extendernos en este tema, por considerar que existe abundante bibliografía especializada ⁽³⁴⁾ se entiende no interesa en esta fase observar la variación del momento con las curvaturas pues - de todos es conocido en el terreno que se trata.

Fig. 3.2.4.

(34) Sobre la forma de los diagramas puede consultarse el estudio realizado por Aguado Cea (ETSIICCB) Febrero 80 - en su tesis doctoral "ESTUDIO DEL ANALISIS NO LINEAL - DE ESTRUCTURAS DE HORMIGON MEDIANTE SUPERPOSICION DE - PROBLEMAS LINEALES DE DEFORMACION"

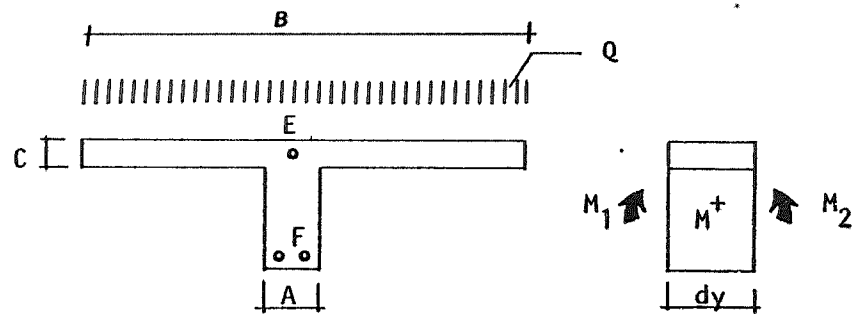
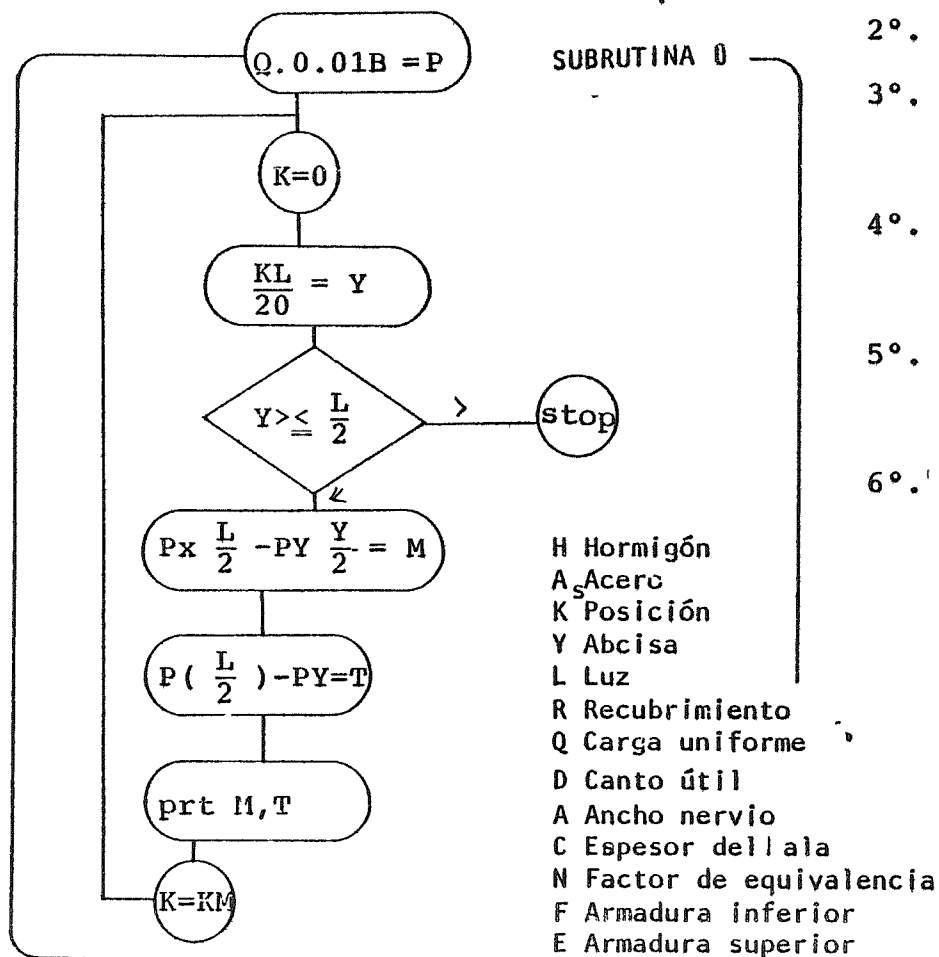


FIGURA 3.4.1.



3.4 PROCESO NUMERICO

Así, partiendo de la geometría de sección en T y con las notaciones que usa la máquina. Fig 3.4.1. se sigue el siguiente proceso,

- 1°. Calcula M y T isostaticos -subrutina 0-
- 2°. Calcula posición de la fibra neutra
- 3°. Calcula inercia del hormigón comprimido -subrutina 1-
- 4°. Calcula inercia total respecto de la LN -subrutina "INER" n°2-
- 5°. Cálculo de las tensiones de trabajo σ_{maxhor} σ_{1s} y σ_{2s} -subrutina 3-
- 6°. Decremento de inercias de trabajo debidas a las fisuras

SUBROUTINA 1

$$\frac{BC \frac{C}{2} + A(h-C) \left(C + \frac{h-C}{2}\right)}{BC + A(h-C)} = x$$

PROCESO NUMERICO -CONTINUACION-

SUBROUTINA 2

"INER"

$$x \leq C : \frac{B C^3}{12} + B C \left(x - \frac{C}{2}\right)^2 +$$

$$+ A \left((x-C)^3 \frac{1}{12} + \frac{(x-C)^2}{2} \right) \frac{(x-C)}{A} = IHC$$

Inercia
hormigón
comprimido

$$IHC + NF(x-DS)^2 + NG(h-DI)^2 = I_T$$

Inercia
total

SUBROUTINA 3

$$\frac{M x}{I_T} = \sigma_{hor} \quad - \text{prt} - \text{Maxima compresión del hormigón}$$

$$\sigma_{hor} \frac{N(x-DS)}{x} = \sigma_{sc} \quad - \text{prt} - \text{Tensión acero comprimido}$$

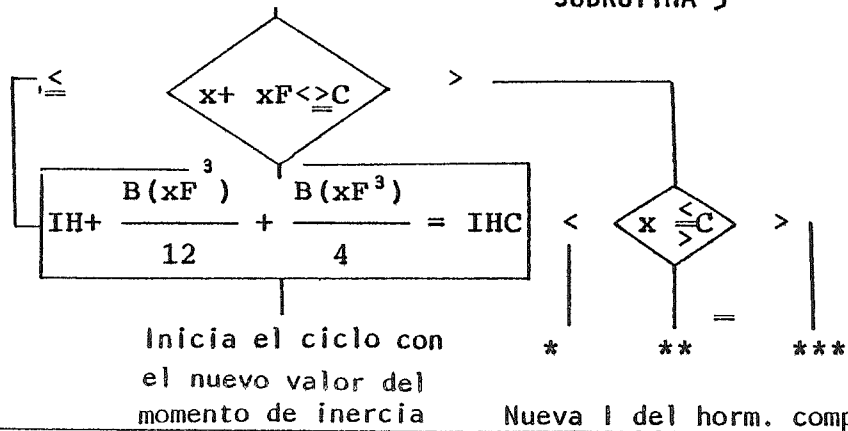
$$\sigma_{hor} \frac{N(h-DS)}{x} = \sigma_{st} \quad - \text{prt} - \text{Tensión acero traccionado}$$

SUBROUTINA 4

$$\frac{x \sigma_{fisura}}{\sigma_{hormigón}} = xF$$

Calculado el bloque de hormigón que bajo la L Neutra, no ha quedado fisurado, se procede a contabilizar los momentos de inercia locales

SUBROUTINA 5



SUBROUTINA 5
continuación

Posibles salidas, en la forma de calcular el Momento de inercia en función de la posición de x(LN) dentro de la sección

$$(*) \frac{Bx^3}{12} + Bx\left(\frac{x}{2}\right)^2 + \frac{(C-x)^3}{12} B + (C-x)B\left(\frac{C-x}{2}\right)^2 +$$

$$+ \frac{A((x+x_F)-C)^3}{12} + \frac{A((x+x_F)-C)^3}{4} = IHC$$

$$(**) \frac{Bx^3}{12} + Bx\left(\frac{x}{2}\right)^2 + \frac{(C-x)^2 B}{12} + \frac{(C-x)^3 B}{4} = IHC$$

$$(***) \frac{BC}{12} = BC\left(x - \frac{C}{2}\right)^2 + A \frac{(x-C)^3}{12} + A \frac{(x-C)^3}{4} +$$

$$+ A \frac{x}{12} + \left(-\frac{x_F}{2}\right) = IHC$$

Los programas f18 y f19 resuelven las ecuaciones de salida.

Con esta nueva inercia del hormigón comprimido se repetiría el ciclo inicial y así sucesivamente.

En el anexo 3, se desarrolla con más detenimiento el cálculo clásico, obteniéndose conclusiones acerca del giro y flecha. También se hace una detenida explicación del proceso matemático seguido a sí como de los programas utilizados.

No se considera de interés, el seguir avanzando en esta línea toda vez, que el proceso de deformación general, afecta a toda la pieza de forma distinta y no solo a las tensiones máximas que se comparan con las admisibles, como se define en el cálculo clásico en donde se usan solo los bloques comprimidos de hormigón en situación elástica, hecho por su parte, bastante alejado de la realidad.

En cualquiera de los casos, el proceso seguido parece de gran interés si se hacen hipótesis de deformación con diagramas que contemplen la plastificación en cada sección, hecho que se desarrolla en capítulos posteriores.

IV. ANALISIS POR AGOTAMIENTO

4.1. CRITICA Y CONSIDERACIONES SOBRE EL PROCESO SEGUIDO

En relación con la línea de razonamiento llevada hasta ahora en el desarrollo del trabajo, - la máquina en un proceso iterativo, iba construyendo matrices de valores $M(K)/E$ y $M(K)/E I(K)$ - dando tres ciclos en la última como proceso de - aproximación.

El proceso que aportaba la posibilidad de saber si son notables las diferencias entre la flecha de inercia constante y la pieza obtenida de considerar sólo los bloques comprimidos en la situación de cálculo clásico, con o sin consideración de la colaboración del hormigón traccionado, adolece en general de no servir de base de instrumentación clara, ya que no se debe perder de vista el objetivo inicial, es decir, determinar con relativa precisión, cuál es la diferencia entre-

la estructura de Norma y la estructura real, o lo que es lo mismo, como está realmente solictada la pieza en todas sus secciones.

La forma de pensar a partir de este momento va a ser otra, ya que se intentan relacionar fundamentalmente aspectos de deformación implícitos en Norma. "...descuelgue del 15% de los momentos positivos" (⁴¹), con lo que realmente le está sucediendo a la pieza sección a sección.

Se iniciará el cálculo de agotamiento de la - pieza, bajo la consideración de que esta va a - seguir el orden lógico de plastificación de - sección, que se desprende de las solicitacio - nes cuantitativamente mayores que aparecen.

La línea será, partiendo del ejemplo de pieza - propuesto, en situación de doble empotramiento analizar el comportamiento a la luz de las de - formaciones y no de las tensiones como hasta a

(⁴¹) INSTRUCCION PARA EL PROYECTO Y EJECUCION DE OBRAS DE HORMIGON EN MASA O ARMADO. EH-80 artº52.2.

hora se estaba haciendo.

Dado que para una determinada situación de armaduras, hay una carga que agota la armadura en el apoyo y en el vano -error en el razonamiento anterior por suponer que la Línea Neutra no se mueve- sección a sección- a su vez derivada de la propia mecánica de cálculo elegida. Puede hallarse el momento que agota la sección con un determinado armado. Necesariamente, hay que recurrir a condiciones de deformación, usando el diagrama tensión-deformación del hormigón.

Se comprende, que la utilización de uno u otro diagrama, puede conducir a resultados distintos - aunque el método de análisis no pierde consistencia por ello.

De esta forma recorreremos la pieza al igual que antes teniendo en cuenta que en cada punto, será necesario resolver la ecuación de compatibilidad de deformación para poder ir determinando profundidades de la Línea Neutra.

El método que utilizará en esta ocasión no puede pare-
cer poco ortodoxo, pues como se sabe, solo se al -
canzará situación de equilibrio cuando las resul -
tantes de los bloques traccionado y comprimido pa -
ra una determinada situación de momento, sean igu-
les.

Una evaluación del giro en toda la pieza llevará a
resultados bastante coincidentes con la realidad.

El giro en el apoyo en esta ocasión, si es distin -
to de 0 para la pieza doblemente empotrada, estará
indicando una situación contradictoria con la teo -
ria clásica del cálculo de sollicitaciones dentro -
de la pieza.

El sentido de giro plástico en el apoyo -positivo-
o negativo- nos dará el criterio para corregir.

Si se hacía referencia con anterioridad a un mé -
todo poco ortodoxo, era debido a que necesariamen -
te se deberá fijar una posición de Fibra Neutra, -
con los únicos límites que la ecuación de compati -
bilidad determina.

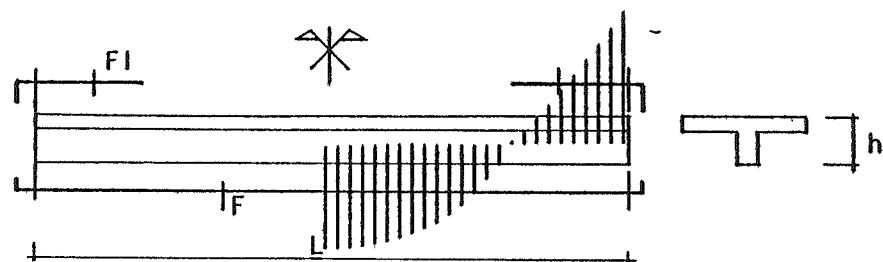


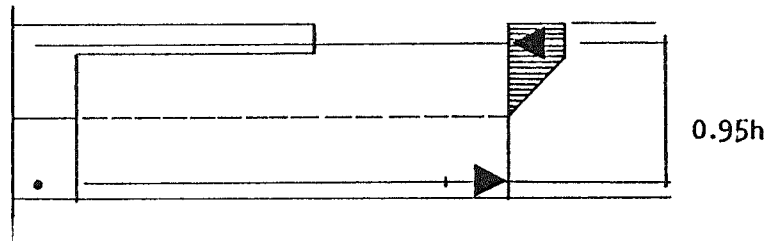
FIGURA 4.1.1,

Como claramente esa posición fijada de forma arbitraria inicialmente no será la más feliz en el sentido de garantizar igualdad de bloques comprimidos y traccionados, deberemos seguir probando y el método acaba siendo un puro tanteo, que la máquina es capaz de desarrollar con relativa rapidez y que manualmente sería imposible.

Así el procedimiento de análisis va perfilándose como sigue,

1. Se tomará una pieza de dimensiones conocidas con armaduras superior e inferior constantes en su cuantía, esta última en toda la pieza, armaduras que consideraré simétricas en todos los casos del análisis. La pieza de sección en T ya definida con anterioridad -sin cartabones ni macizados en los apoyos- como correspondería a una situación real, -por considerarlo no necesario en este instante- y donde se suministran los datos de: geometría y armadura. Fig. 4.1.1.

2. Seguidamente se calculará el momento en el vano



Armadura total $F+FI$
 $(F+FI)(0,95h) = \text{Momento isostático} \rightarrow P$
 P se obtiene para la carga que agota
 las armaduras $F+FI$.

FIGURA 4.1.2.

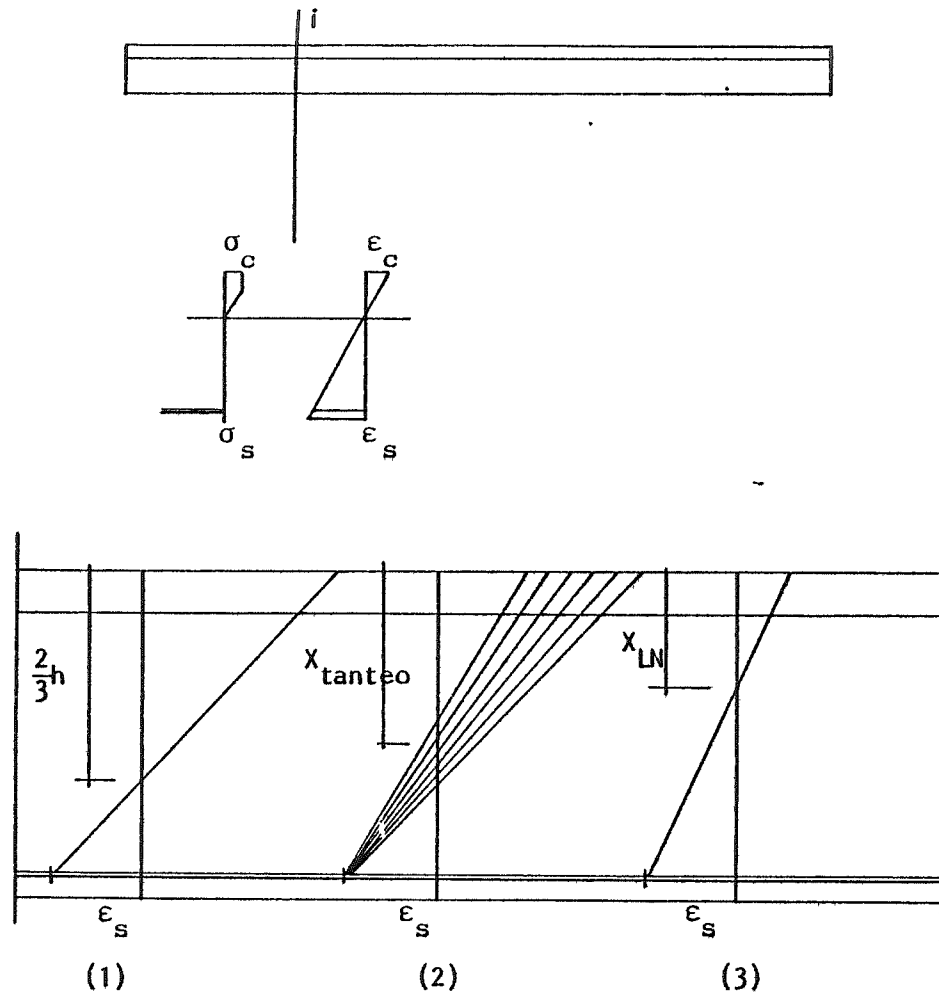
que con un brazo de palanca del 0.95 del canto útil, (Canto total menos recubrimiento inferior).

se obtiene para la armadura que hemos dispuesto en el vano y apoyo en situación de agotamiento. Fig.4.1.2.

En estas condiciones, la armadura en el vano se encuentra trabajando al límite elástico, dividido entre 1.15 -coeficiente de seguridad del acero- y solo en el vano y en el apoyo. Como la situación ha sido previamente determinada, podemos con la suma de ambas armaduras determinar el momento isostático para esa situación y obtener una carga en estado de mayoración, carga que sólo nos interesa al efecto de ir recalculando los momentos flectores en cada uno de los puntos. A partir de aquí, el programa recicla, llenando una matriz lineal $M(K)$ -siendo K el indicador de posición en la pieza. En esta matriz de una dimensión, tendremos registrado el momento flector en cada uno de los intervalos considerados, que en nuestro caso si la pieza se ha dividido en 50, $M(25)$ dará el momento en el va-

no.

3.El paso siguiente será comenzar a leer la pieza por el punto mitad $K=25$, con el valor del momento y el brazo de palanca de 0.95 del canto útil "d" se calcula de forma aproximada la tensión a la cual se halla sometida la armadura de tracción y en consecuencia su deformación sin más que dividir por el área de acero -dato de partida- y módulo de Young $E_s = 2.100.000 \text{ kp/cm}^2$. Así sólo tenemos la punta del diagrama de deformaciones en el extremo de tracción, para poder trazar la ley plana de deformaciones a partir del extremo de las tracciones. Para poder construir este diagrama se precisan hacer tanteos acerca de las posibles posiciones de la Línea Neutra. Así el programa deberá buscar resultante de bloque de tensiones de hormigón comprimido iguales a la capacidad mecánica que en cada punto está proporcionando el acero es decir, al producto $\sigma_a A_s$ o en términos del programa $E(K)F$.



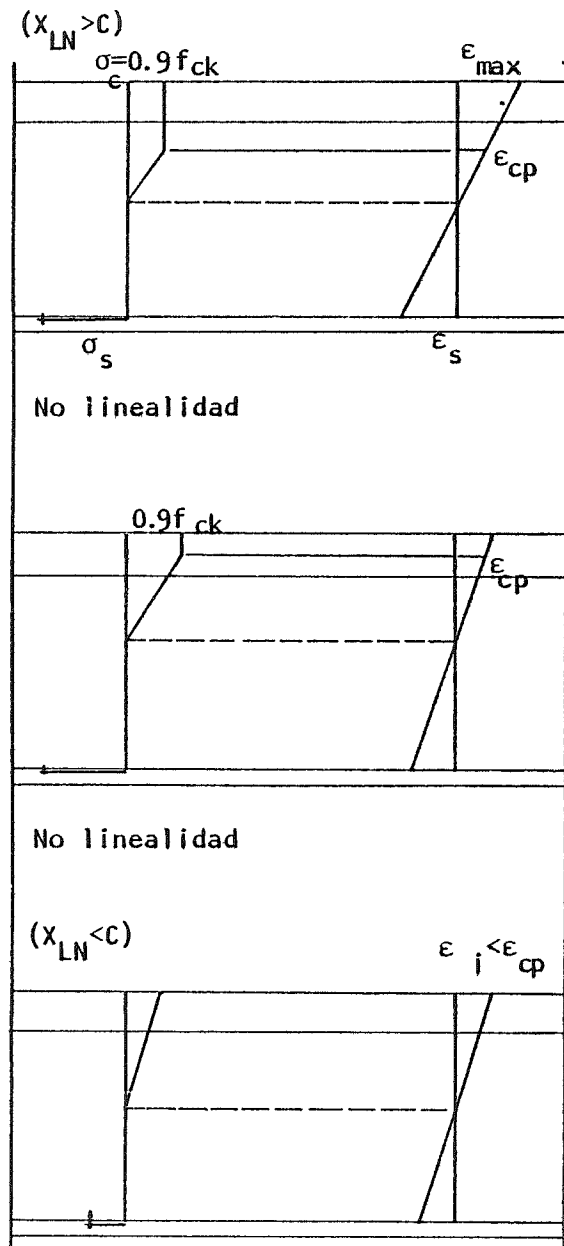
- 1 Profundidad inicial para búsqueda de X_{LN}
 - 2 Profundidades intermedias recorridas en el proceso.
 - 3 Profundidad de la Línea Neutra, resultantes de acero y hormigón iguales con error del 2%.
- A partir de aquí se cambia de sección,

FIGURA 4.1,3,

De forma automática se va a tomar el valor $2/3$ del canto útil como valor inicial arbitrario de la profundidad de la Línea Neutra, y procederemos a comprobar las resultantes mencionadas, sin más que irse autodeduciendo fracciones o intervalos del orden del cincuentaavo de los $2/3$ mencionados hasta el valor 0, Fig.4.1,3,

En todas las posiciones, se van a obtener los volúmenes de tensiones de compresión del hormigón que tendrá que compararse con la fuerza de tracción, que como es lógico, si varía el momento y la armadura inferior se ha dicho que es constante, las tensiones de acero en cada posición serán distintas.

El volumen de tensiones del hormigón, va a obtenerse de forma diversa en función de que la profundidad de la Línea Neutra sea igual, sup. o inferior al espesor de las alas. En el primero de los casos, el cálculo se hace tomando un volumen de compresiones regular en la zona de las alas, de distribu -



Linealidad

FIGURA 4.1.4.

ción uniforme de valor el $0.9f_{ck}$ -90% de la tensión característica del hormigón definida por Norma-, - sin más que aplicar a la deformación máxima del hormigón el factor E_c -Modulo de Young-, por el canto y ancho de la pieza en las alas, esto como primer - sumando, el segundo será el volumen de tensiones definido por el $0.9f_{ck}$ por la profundidad de la Línea Neutra, menos el espesor de las alas C , partido por 2 y multiplicado por el ancho del nervio A . Fig.4.1.4. Estos dos sumandos configuran de forma aproximada, - el volumen de tensiones, para condiciones de la Línea Neutra iguales al espesor de las alas. Cuando estemos en situación superior o inferior profundidad de la Línea Neutra con relación al espesor de las alas, la máquina computará simplemente el volumen rectangular de tensiones, de lados, el ancho en las alas o entreje, el espesor de las mismas y - $0.9f_{ck}$.

Hemos considerado como suficientemente apropiado un diagrama triangular, como podría haberse tomado uno

parabólico-rectangular o haber procedido a tabular en forma polinómica la curva tensión-deformación del hormigón, hecho que nos ha parecido en este primer orden de aproximación más complicado.

De esta manera, de forma mecánica, se van construyendo los valores de las resultantes de hormigón y acero -U y T en programa respectivamente-, que no se registran en ninguna matriz, por no tener que usarlos una vez, nada más en cada ciclo. Para cada sección aunque los tanteos en la resultante de compresión son muchos, en la sección se mantiene como fijo la del acero, cualesquiera que sea la profundidad de la Línea Neutra $X(K)$ que esté tanteando la máquina.

4. Una vez obtenidas las dos resultantes de acero y hormigón se comienza a comparar, con el criterio de obtener resultantes de hormigón -U-, que estén dentro de un 2% de la resultante del acero en dicha sección. Hecho interesante de cuantificar, para construir una matriz $X(K)$ de profundidades de Línea

Neutra para cada sección que serán distintas para -
cada posición a lo largo de la pieza.

Así pues, la Línea Neutra en el punto de momento -
maximo inicial, con simetria de armado y carga, que
da determinada por un valor bastante pequeño, si se
compara con los valores que va tomando al aproximar
se a los apoyos.

Hay que insistir que sólo cuando ambas resultantes-
son iguales, la máquina asume el cambio de posición
haciendose notar que en todo este proceso iterativo
el hecho de que las armaduras inferiores, se prolon
guen casi siempre en las viguetas hasta los apoyos-
-como comunmente se observa en el servicio del mer-
cado por problemas de decalaje de armaduras...etc.-
hace que dichas armaduras proporcionen una componente
de compresión en el apoyo, que en este estadio -
del análisis no he tenido en cuenta por considerar-
lo poco significativo.

5. Una vez obtenida la matriz $X(K)$ o conjunto de posi
ciones de la Línea Neutra, se comenzará a calcu -

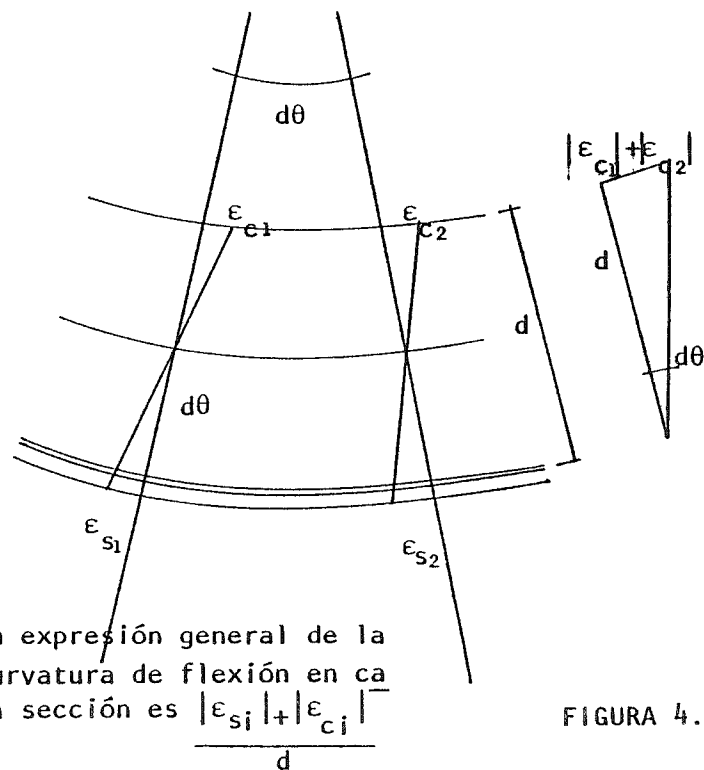
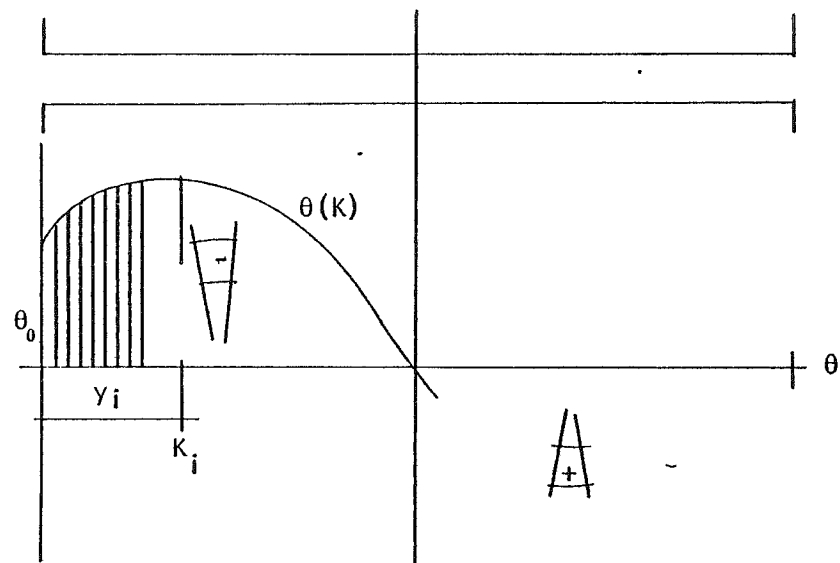
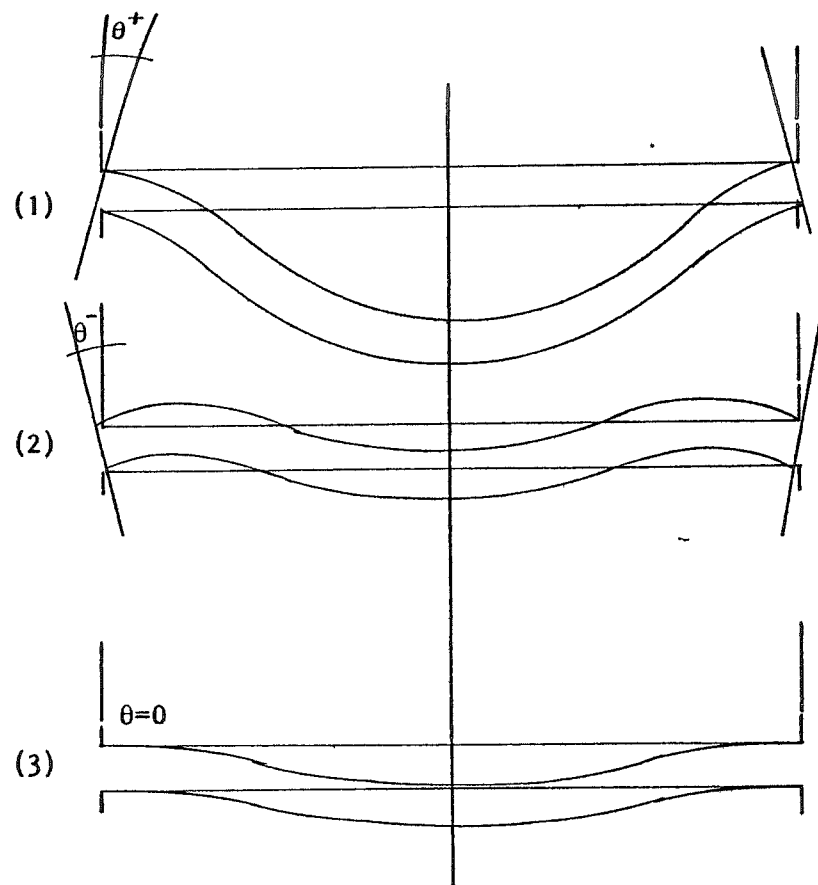


FIGURA 4.1.5.

lar los giros unitarios en el intervalo, sin más - que tomar el triangulo definido por la suma de deformaciones de acero y hormigón y el canto útil, y de otra parte el definido por el intervalo que se considera en ese intervalo. En estas condiciones - el giro mencionado elemental será el valor de la - suma de las dos deformaciones entre el canto útil. Este giro que se determina con 6 decimales se los guarda en otra matriz lineal $G(K)$ que irá llenando se con cada ciclo de posición de programa. Fig.4.1.5. Con todos los giros calculados, se vuelve a realizar un proceso de integración para determinar el - giro relativo entre el apoyo y el vano, hecho que determinara la situación de giro plástico. Si el - valor de este giro total, sale positivo, es decir en el sentido de las agujas del reloj, deberemos aumentar la armadura en el vano, ya que es ahí donde se ha producido un cedimiento plástico. Si - por el contrario, el giro es negativo en el apoyo ó contrario al sentido de las agujas del reloj - para



1. PRECISA AUMENTAR ARMADO EN VANO Y DISMINUIR EN EL APOYO. DISMINUYE M^-/M^+ .
2. PRECISA AUMENTAR ARMADO EN EL APOYO Y DISMINUIR EN EL VANO. AUMENTA M^-/M^+ .
3. EMPOTRAMIENTO PERFECTO. RELACION M^-/M^+ DE SERVICIO.

FIGURA 4.1.6.

apoyo izquierdo-, significa que las armaduras han tenido un cedimiento plástico en el apoyo, o rotula p. así, es necesario amplificar la armadura en el mismo apoyo a efectos de bajar la tensión. Fig.4.1.6.

Con estas premisas se ha tendido a tabular el problema para la pieza de geometría definida con anterioridad y para distintas proporciones de armadura, manteniendo la cuantía total en todos los casos. 4 cm². de acero A-42 en donde se han obtenido resultados para las relaciones siguientes entre la armadura superior e inferior.

0.12, 0.17, 0.25, 0.50, 1.00, 2.47, 3.00, 4.71, 3.44
2.81, 2.66, 2.08, 1.67, 1.50, 1.35.

Estos resultados se acompañan posteriormente.

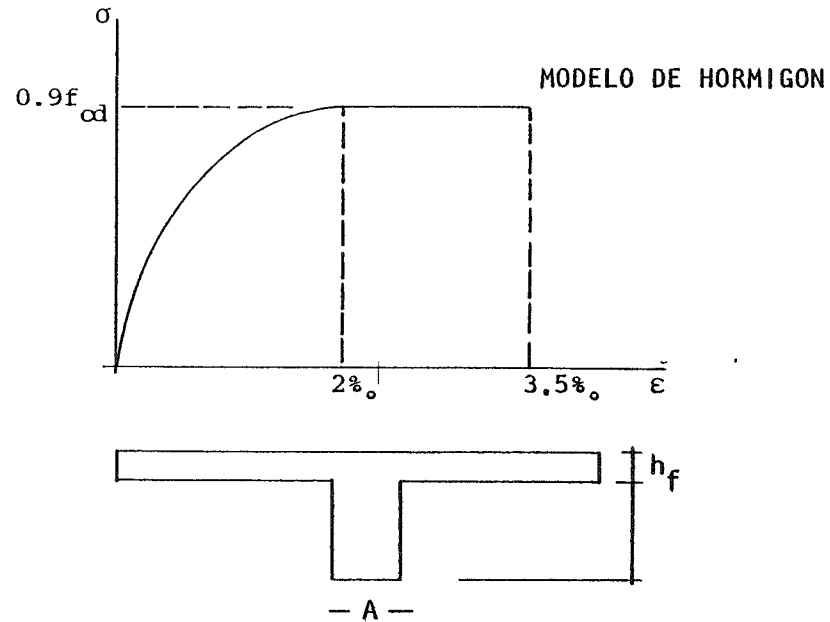


FIGURA 4.2.1

f_{ck} = Resistencia característica del hormigón
 f_{yk} = Límite elástico del acero
 γ_c = Coeficiente de minoración del hormigón
 γ_s = Coeficiente de minoración del acero

4.2. CALCULO EN AGOTAMIENTO

4.2.1. DESCRIPCIÓN

Como consideraciones previas habría que establecer los diagramas de comportamiento tanto del hormigón como del acero. Fig.4.2.1.

$$h_f \leq y_{lim} \approx 0.5d$$

estableciendo que bajo sollicitaciones mayoradas ó de cálculo la pieza no supera cada uno de los estados límites, en el supuesto de que en el instante del agotamiento, los materiales tuviesen como resistencias reales las minoradas o de cálculo.

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} ; \quad f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s}$$

Los materiales deben trabajar al límite de su rotura marcado por el coeficiente de seguridad.⁽⁴¹⁾

⁽⁴¹⁾ HORMIGON ARMADO .Jimenez Montoya. Tomo I Cap.12.

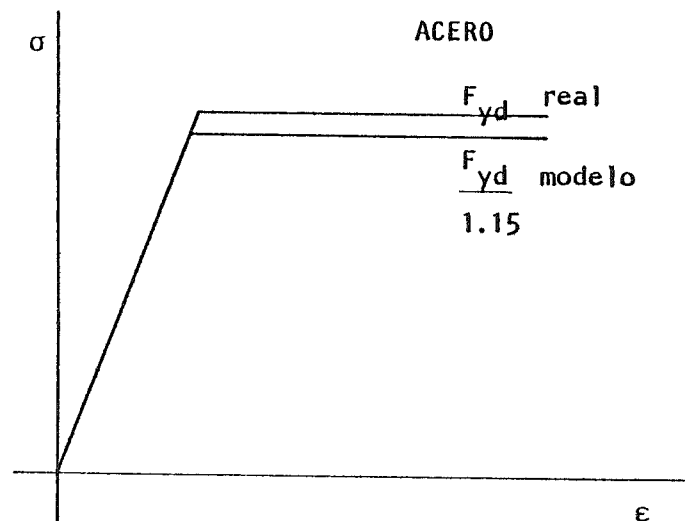
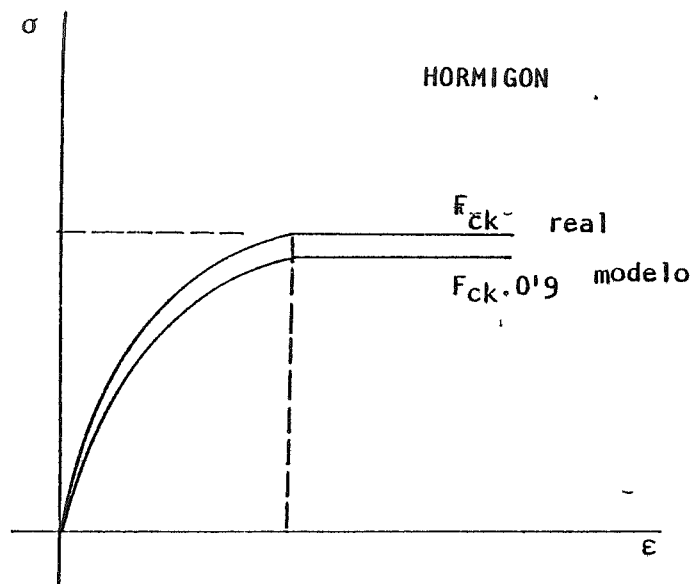


FIGURA 4.2.1.1

REDUCCION SOBRE LAS CURVAS REALES
DE LAS USADAS EN EL MODELO.

Interesa precisar que este trabajo trata sólo del estudio de solicitaciones normales, que son las - que en estado último aportan más contribución a - la deformación y en consecuencia a la flecha.

Con rigor, y siendo objeto de un trabajo poste - rior, debería de analizarse cuál es la contribu - ción debida a cortante en todo el proceso,

$$\delta_T = \frac{T^*}{GA} dx$$

que fundamentalmente depende de la carga -cortan - te- y de las tensiones tangenciales originadas en la sección.

En medios continuos estas τ son pequeñas, si se - comparan con los valores de ϵ debidos a flexión.

Además, una situación de agotamiento resistente - implica otra de fisuración, y el hormigón fisura - do aporta resistencias nulas a cortante, por lo -

, que sin negar su existencia, desestimo la partici - pación a cortante en el proceso global.

Figura 4.2.1.1.

Recordemos que,

Una sección sometida a sollicitaciones normales - puede alcanzar el estado límite último por tres - caminos distintos, base al dominio de deformación que en ese estado se considere,

- 1 Deformación plástica del acero, donde el hormigón no ha alcanzado sus deformaciones límites - de flexión correspondientes al 0.0035 %.
Rotura de aviso, lenta en el escalón de relajación del acero.
- 2 Aplastamiento del hormigón en flexión, en donde el hormigón rompe en copa ó cuña, sin aviso previo por llegar a deformaciones del 0.0035 %.
- 3 Aplastamiento del hormigón en compresión, estado sin flexión donde el hormigón rompe al 0.002%.

Cualesquiera de estas tres situaciones se alcanza de forma distinta y por caminos de diseño distintos, por lo que intentaremos matizar lo más correctamente, la situación en la cuál nos encontramos.

Así, en piezas sometidas a tracción, el estado último de agotamiento, se origina como consecuencia de una deformación plástica excesiva de sus arma -

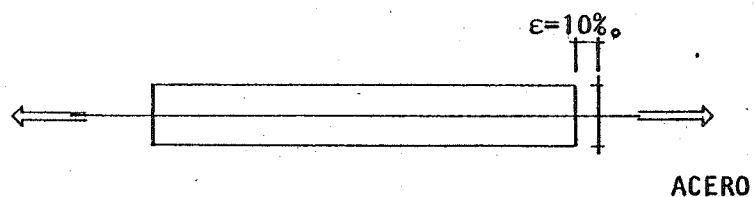
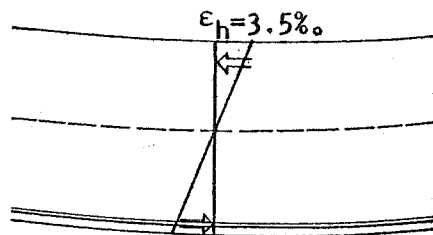
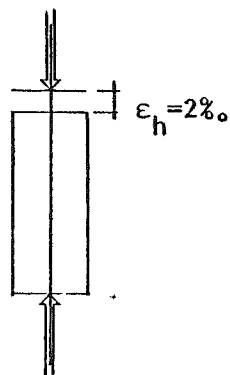


FIGURA 4.2.2.



HORMIGÓN

FIGURA 4.2.3.



HORMIGÓN

FIGURA 4.2.4.

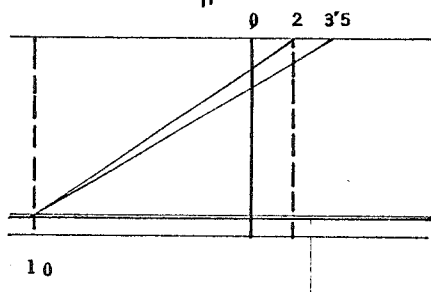


FIGURA 4.2.5.

duras, fijada por convenio en un 10 ‰. Fig.4.2.2.

En cuanto al hormigón, el mismo estado límite de flexión se alcanza por aplastamiento del hormigón con deformaciones, igualmente de convenio, del orden de 3.5 ‰.Fig.4.2.3.

En compresión simple ó compuesta, sin embargo el colapso de la pieza se origina por aplastamiento del hormigón con deformaciones del 2‰, es decir menores que en el caso de flexión. Fig.4.2.4.

En todo el desarrollo, se admitirá la Hipotesis de Bernouilli, por la cuál, las deformaciones normales a una sección transversal, siguen una ley plana, siempre que la ley sea perfectamente elástica. Fig 4.2.5. Cualesquiera que sea el dominio de deformación que se considere.

4.2.2 DIAGRAMAS DE DEFORMACION

Hormigón. Fijaremos según la teoría de agotamiento un límite del $0.9f_{cd}$ para la tensión en el 2%.⁽⁴³⁾- Fig 4.2.6.

Acero. Para deformados en frío,

$$0 < \sigma_s < 0.7 f_{yk} \quad \epsilon_s = \frac{\sigma_s}{E_s}$$

$$\sigma_s > 0.7 f_{yk} \quad \epsilon_s = \frac{\sigma_s}{E_s} + 0.823 \left(\frac{\sigma_s}{f_{yk}} - 0.7 \right)^5$$

donde, f_{yk} = límite convencional de elasticidad

E_s = Módulo de Young de deformación del acero definido según EH-80 como $19.000/f_s$

En todo el proceso se usarán aceros de Dureza Natural.

⁽⁴³⁾ Diagrama adoptado por el CEB-FIB que conduce a resultados satisfactorios según el Prof. Rusch.

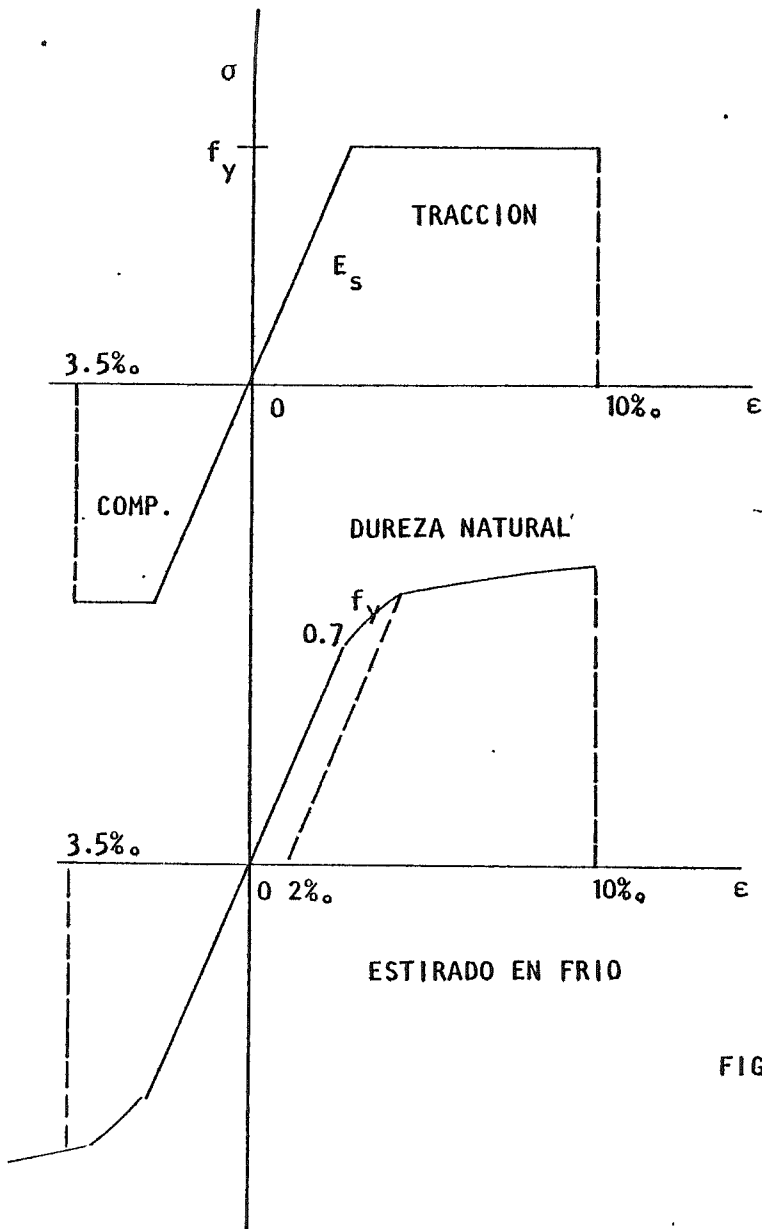


FIGURA 4.2.6.

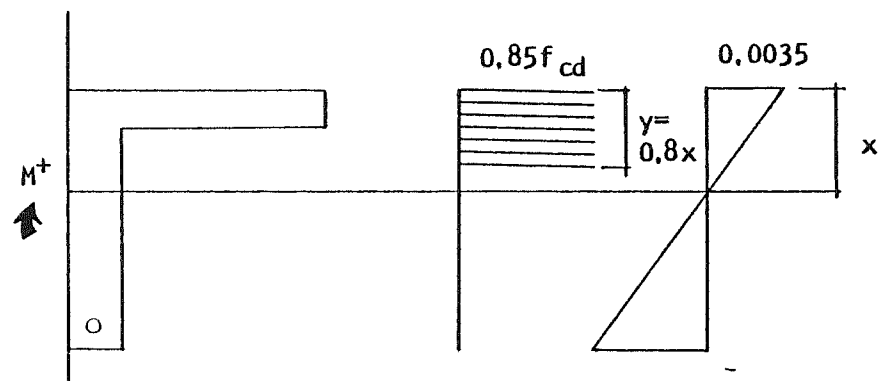


FIGURA 4.2.3.1.

4.2.3. ECUACIONES DE EQUILIBRIO DE LA SECCION EN T

Si el área del hormigón comprimido es,

$$A_{cy} = By + (B-A)C$$

El momento estatico referente a la linea neutra es,

$$S_y = Ay(d - \frac{y}{2}) + (B-A)C(d - \frac{C}{2})$$

$$C \leq y \leq h$$

Fig. 4.2.3.1.

En el caso que nos ocupa de la pieza en T, sucede que la profundidad del eje neutro, es menor que el espesor C de la placa, en donde claro está el cálculo es el de una sección rectangular de ancho B. El cálculo varía en función de cuales sean las distintas hipótesis de comportamiento del material.

El modelo parábola-rectángulo se adapta bastante bien a la realidad, ya que con los diagramas rectangulares se produce una notable simplificación y las ecuaciones en flexión simple quedan,

$$0 = 0.85 f_{cd} (Ay + (B-A)C) + a' \sigma_2 - a f_{yd}$$

siendo a y a' áreas de acero traccionado y comprimido. El momento último será,

$$M_u = 0.85 f_{cd} (A_y (h - \frac{Y}{2}) + (B-A)C(d - \frac{C}{2}) + a' \sigma_2 (d-R))$$

y según la ecuación de compatibilidad,

$$Y \leq Y_{lim} = \frac{0.8d}{1 + 1.36 \cdot 10^{-4} f_{yd}} ; y > C$$

Esto en lo referente al acero natural, que si el a cero se mantiene $f_{yk} \leq 5.000 \text{ Kp/cm}^2$. se puede adoptar como $Y_{lim} \approx 0.5d$ valor que se corresponde con $f_{yd} \approx 5.000 \text{ kp/cm}^2$. y por lo tanto nos situa del lado de la seguridad.⁽⁴⁴⁾.

⁽⁴⁴⁾ Se utilizan notaciones mayúsculas en los parámetros de geometría para poderlas identificar con las denominaciones de los programas adjuntos.

Para la armadura comprimida pueden tomarse los valores,

$$0 < x < 0.1667d \quad ; \sigma_2 = 0$$

$$0.1667 < x \leq 0.2590d \quad ; \sigma_2 = f_{yd}$$

Naturalmente, las deformaciones en los aceros naturales y deformados en frío no son iguales, pues son respectivamente;

$$\epsilon_{s1} = \frac{f_{yd}}{E_s} \quad ; \quad \epsilon_{s1} = 0.002 + \frac{f_{yd}}{E_s}$$

DUREZA NATURAL ESTIRADO EN FRÍO

por lo cuál, las x_{lim} son algo diferentes.

$$x_{lim} = \frac{d}{1.00 + 1.36 \cdot 10^{-4} f_{yd}} \quad ; \quad x_{lim} = \frac{d}{1.57 + 1.36 \cdot 10^{-4} f_{yd}}$$

DUREZA NATURAL

ESTIRADO EN FRÍO

Dentro de este recordatorio sobre el estado último - interesaría precisar que en los capítulos siguientes

no contemplaremos solicitaciones de la pieza en estudio a flexión compuesta ó compresión simple, pues se trata de exponer un método de análisis y no desarrollar la casuística de casos que el estudio de la sollicitación plantea en su sentido más general. Aunque tales sollicitaciones deberían intervenir en un análisis posterior, en lo referente a las funciones resistentes secundarias de la estructura forjado, - como son, el arriostramiento, transferencia de carga horizontal. En tales casos la profundidad de la línea neutra se mantiene,

$$h \leq x \leq + \infty$$

y la ecuación de compatibilidad nos dá,

$$\frac{0.002}{x - \frac{3}{7}h} = \frac{\epsilon_{s1}}{x - d} = \frac{\epsilon_{s2}}{x - d_2}$$

de los cuales podemos obtener las deformaciones de las armaduras. Fig.4.2.3.2.

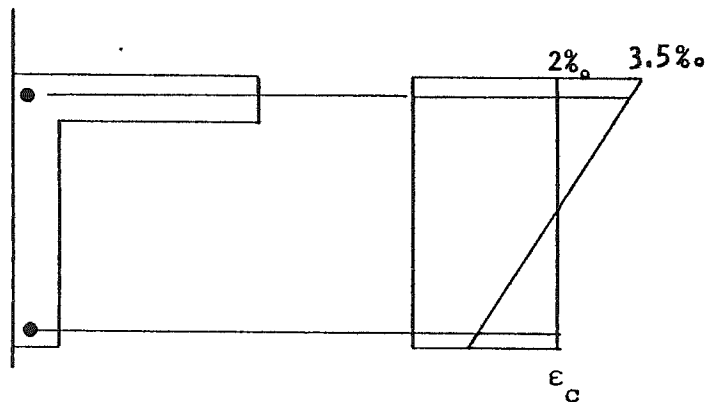
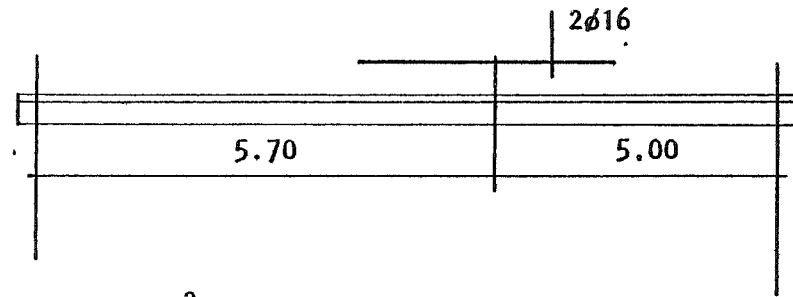


FIGURA 4.2.3.2.

4.3. PRACTICA DEL METODO



$$M_{l_1} = \frac{5.7^2}{8} \frac{650 \cdot 0.70}{1} = 2960 \text{ mto.}$$

$$M_{l_2} = \frac{5.0^2}{8} \frac{650 \cdot 0.70}{1} = 2280 \text{ mto.}$$

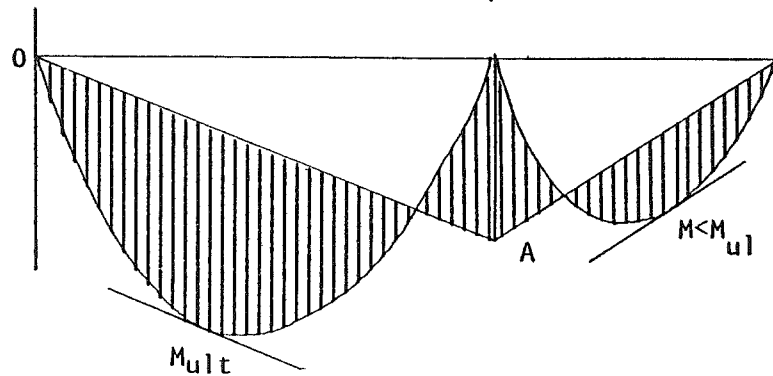


FIGURA 4.3.1.

De un modo sencillo puede operarse dentro de un problema hiperestático de orden pequeño, actuando con bastante aproximación sobre la gráfica que la estructura es capaz de ofrecernos en estado último. Así si suponemos un tren de viguetas de dos vanos, uno de 5.70 m y otro de 5.00 m. cargados con 650 Kp/m². y ancho en alas de 70 cm.

Si las viguetas son capaces de asumir sólo un momento último de 1500 m.kp dado por el fabricante en sus condiciones de uso y se desea construir el tren con el mismo tipo de vigueta.

Llevaremos sobre el vano mayor, el momento último de 1500 m.Kp que definirá la recta OA y en consecuencia los momentos en el apoyo. Fig.4.3.1.

Con los momentos en los apoyos, se dimensiona la armadura superior de refuerzo.

Este caso que puede resolverse con más vanos, es una forma sencilla de resolver un problema muy

frecuente contando con el trabajo plastico de la estructura sobre el cuál no entraremos hasta más adelante de forma más compleja.

La ordenada así descrita del momento en el apoyo, nos dá la necesidad de macizar ó no el apoyo en la posible existencia ó de fuertes compresiones.

Este problema, puede llegar a complicarse enormemente con distintas luces, viguetas, armado a M^- en apoyos y sobretodo con el orden de entrada en carga, pues en definitiva nos dá la prelación en la forma de arruinarse la estructura.

Naturalmente, y al llegar a este punto podemos formular, si dada una vigueta o semivigueta -ó lo que es lo mismo facilitado su momento último-, podemos a partir de los giros que experimenta en situación isostatica reconstruir su proceso de deformación interna, así como su situación de solicitaciones reales -problema a juicio del autor todavía no resuelto- si la vigueta se pone en carga con la carga derivada del momento isostatico que proporcio-

nan las armaduras.

Este hecho, reflexión a partir de la cuál se va a generar a partir de ahora esta tesis, es a juicio del autor un hallazgo singular que permitirá diseñar un forjado y en general una viga de hormigón sin más restricción que las deformaciones límites, actuando sobre gráficas reales con resultados bastante alejados de los que hasta ahora se daban por válidos.

4.4. DETERMINACION DE GIROS

En todo el proceso de cálculo que vamos a definir posteriormente, al haber partido de un Momento último -como cualidad de sección, hormigón y cantidad de armadura-, en apoyo, los momentos intermedios son inferiores a las previsiones.

Este hecho es lógico, debido a que todas las secciones intermedias no estan en situación última y el hecho de no encontrarse agotadas las armaduras

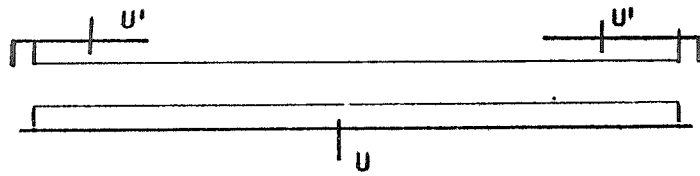


FIGURA 4.4.1.

hacen que el material esté trabajando a menos ten
sión y en situaciones diversas en relación a su -
deformación que luego se definirá. Naturalmente-
en este proceso la seguridad $\gamma_f=1.6, \gamma_s=1.15$ ha
ce que el material trabaje a mucho menos.

Así, nuestro punto de partida será el de un for-
jado doblemente empotrado, con armadura de empo-
tramiento simétrica, que nos permita análizar só
lo media pieza, a efectos de contabilizar el gi
ro nulo entre el centro del vano y el empotra -
miento. Fig.4.4.1.

Se trabajará con la misma sección de hormigón ac-
tuando sólo sobre la cuantía tal y como se expre
sa en la Fig. 4.4.2.

Partiremos de una pieza de armaduras definidas -
inicialmente pero arbitrarias en relación a su -
lógica de armado, fisuración ect.

En este sentido, no vamos a considerar la arma -
dura superior del vano, ni la inferior del apo -
yo, que sólo nos servirán en un segundo estadio-

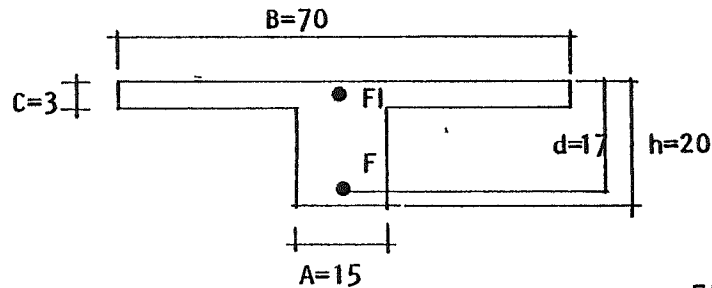
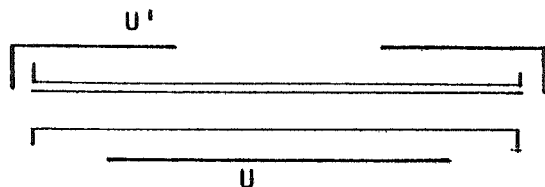
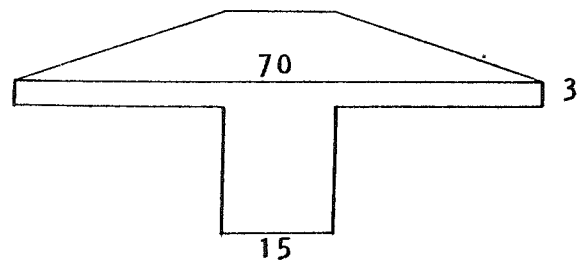


FIGURA 4.4.2.



$$U' = 1.5 \text{ cm}^2$$

$$U = 0.5 \text{ cm}^2$$

$$3.23 \text{ mm}$$

$$U' = 6 \text{ cm}^2$$

$$U = 2 \text{ cm}^2$$

$$4.18 \text{ mm}$$

DEFORMADA EN ESTADO DE SERVICIO

FIGURA 4.4.2.1.

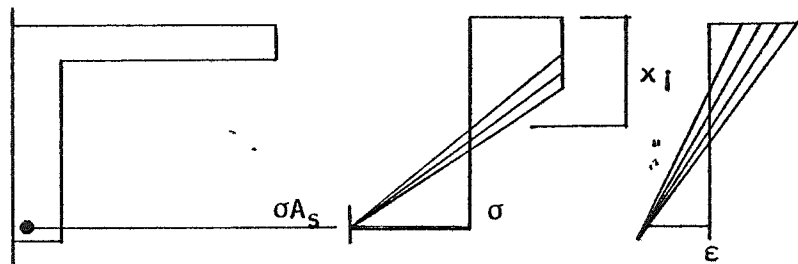
del análisis para comprobar como incide la armadura de compresión en la deformación.

De esta forma, y sin más que obtener el momento isostático, que pueden asumir las armaduras en estado de agotamiento, se puede trazar la gráfica de momentos de la pieza, en estado de servicio para un estado de carga y una disposición de armado dados U'/U .

Conocida la gráfica, se conoce el estado de flexión en todas las secciones de la pieza y a partir de la estimación del brazo de palanca -dato de exactitud no muy relevante en el proceso- se obtienen las tensiones de trabajo y las deformaciones de acero y hormigón.

De este proceso, se deduce que la armadura total de la pieza ejerce un papel más fundamental que su disposición. Fig.4.4.2.1.

En estas condiciones, y sabiendo que la tensión del acero en esa sección es invariable, se comienza a tantear el volumen de hormigón comprimido corres -



pendiente a la tracción del acero, buscando siempre, resultante iguales.

Al conseguirlo habremos determinado,

$$\rho = \frac{d}{|\epsilon_a| + |\epsilon_b|} ; \quad \frac{dx}{R} = d\theta \quad \text{Giro elemental Fig 4.4.3.}$$

Repitiendo este proceso en un buen número de secciones, la pieza puede integrarse facilmente con independencia de la inercia, local de cada trozo y establecer una prelación en los ordenes de rotura en las secciones de la pieza.

Naturalmente, posiciones altas de la linea neutra van a darnos zonas de fuertes compresiones, en donde lo más facil es alcanzar secciones plastificadas. El problema ahí se tratará de forma especial -según se define en la explicación matemática siguiente. Fig 4.4.4.

De momento, se fijará la atención en la pieza dearmado simetrico. Si así no fuera, no sería co-

FIGURA 4.4.3.

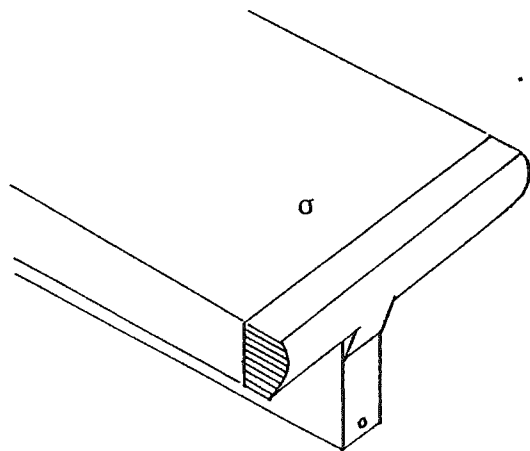


FIGURA 4.4.4. rrecto suponer que el momento máximo va a produ-

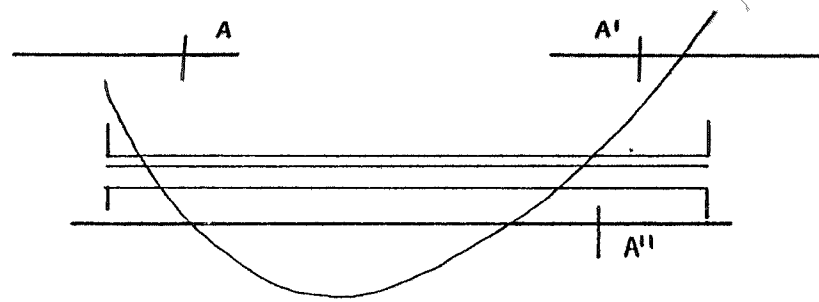


FIGURA 4.4.5.

cirse en el centro, aunque en primera aproxima -
ción, podría considerarse así, Fig.4.4.5.

$$\frac{A + A'}{2} + A'' = \frac{PL^2}{8 \times 0.85h}$$

De momento este caso no se tratará.

4.5. EJEMPLO

DATOS

Canto	20 cm.
Canto util	17 cm.
Ancho alas	70 cm.
Ancho nervio	15 cm.
Mom vano isos.	1986,78 m.kp
Cuantía U+U'	3.2 cm ² .
Hormigón	H-175
X _{LN}	4 cm.
Acero	A-42

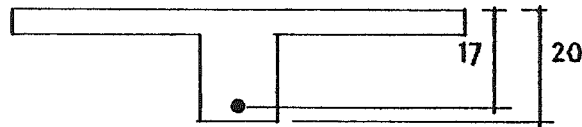


FIGURA 4.5.1

$$z = 0.85 \times 20 = 17 \text{ cm.} \quad \frac{1986.78}{0.17} = 11.686 \text{ kp.}$$

$$\frac{N}{A} = \sigma = \frac{11.686}{3.2} = 3652 \text{ kp/cm}^2.$$

$$\frac{\sigma}{E} = \epsilon ; \quad \frac{3652}{2.100.000} = 0.0017391 \text{ m/m.}$$

Hallamos la x_{lim} para compararla con nuestra situa -
ción. Fig 4.5.1.

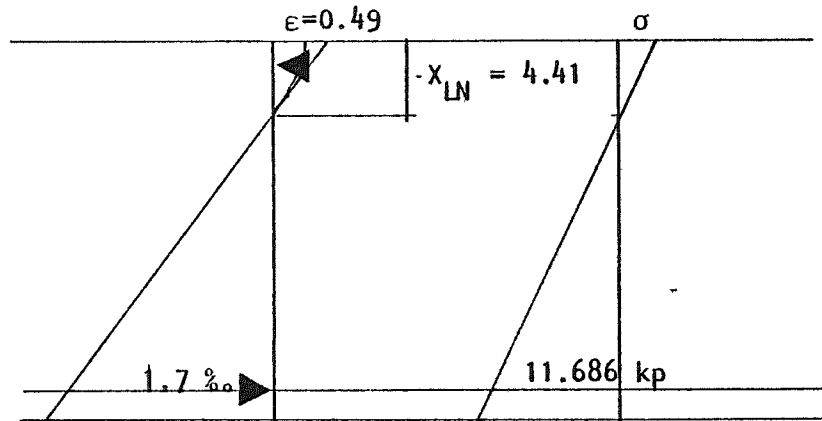


FIGURA 4.5.2.

Por la ecuación de compatibilidad se sabe que,

$$\frac{17+x}{18} = \frac{x}{4} ; \quad 18x-6.8-4x=0; \quad x=0.49$$

$$E = 19.000 \sqrt{f_{ck}} = 251,346,37 \text{ kp/cm}^2.$$

$$\frac{\sigma}{E} = 0.00049 ; \quad \sigma = 0.00049 \times 251.346,37 = 122,08 \text{ Kp.}$$

Veamos que bloque de compresiones le corresponde,

$$\frac{1}{2} 70 \times 3 \times 122,08 = 12.818 \text{ kp.}$$

El acero proporciona 11.686 kp. luego se está muy cerca de lograr el equilibrio.

Ahora procederíamos a disminuir el bloque, ya que la componente del hormigón es más fuerte que la del acero ,Fig 4.5.2.

Por no prolongar el ejemplo, que a nivel de método ya ha quedado expuesto. Veamos como obtendríamos el giro entre dos secciones de forma aproximada en un intervalo de 25 cm. de pieza.Fig. 4.5.3.

El radio de curvatura -de forma aproximada en ese intervalo- será la inversa de la expresión de la-

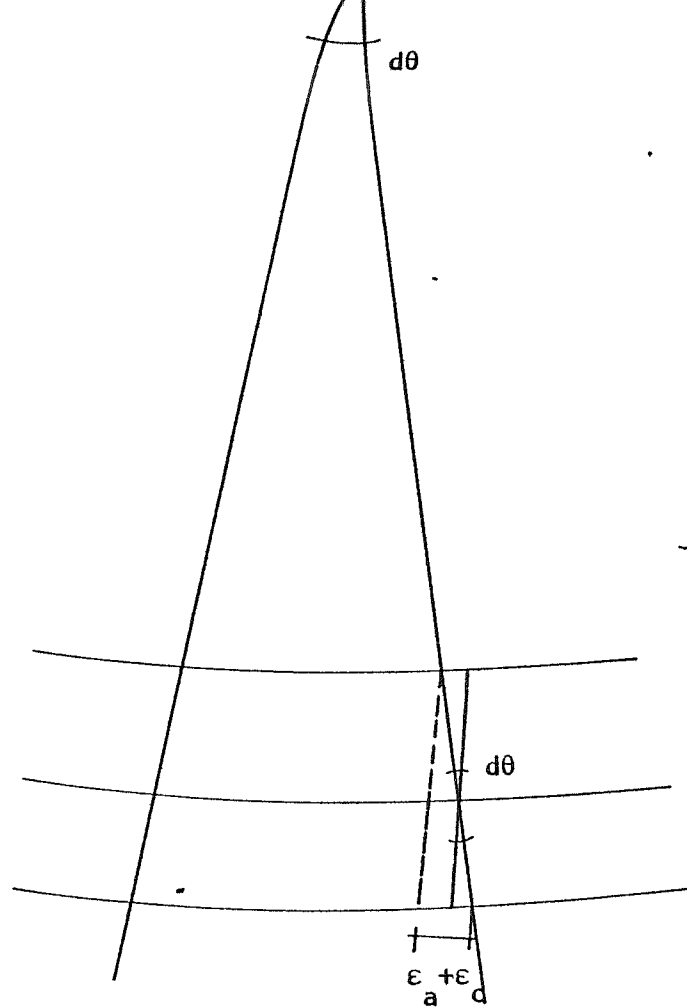


FIGURA 4.5.3.

curvatura, de valor,

$$\rho = 205.479,45 \text{ cm.}$$

$$\frac{x}{\rho} = \Delta\theta \quad ; \quad \Delta\theta = \frac{25}{205.479,45} = 0.000122 \text{ rad. } \delta 0.003485^\circ$$

Veamos lo que sucede en un punto proximo a esos

25 cm. del intervalo,

$$z = 0.85 \times 20 = 17 \text{ cm.}$$

el momento ha bajado a 1.961 m.kp.

$$U_a = \frac{1961.93}{0.85 \times 20} = 11.540,76 \text{ Kp.}$$

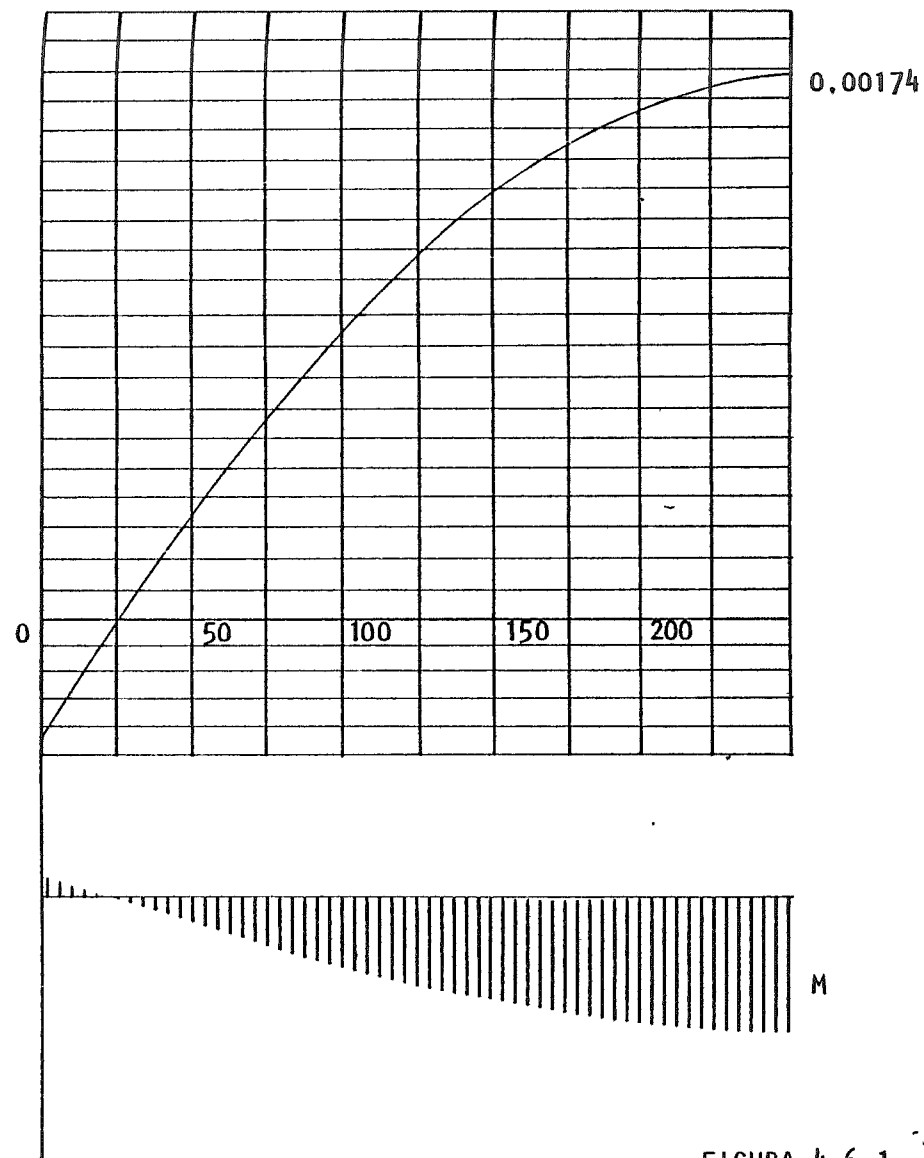
$$\sigma_a = \frac{U_a}{A_a} = \frac{11.540,76}{3.2} = 3.606,49 \text{ kp/cm}^2.$$

donde como es lógico baja la tensión del acero y su

deformación,

$$\epsilon = \frac{3.606,49}{2100.000} = 0.00172 \text{ m/m.}$$

Así podremos sacar la curva de deformaciones del -
acero y ponerla en relación con los bloques compri-
midos para un armado simetrico



4.6. CURVA DE DEFORMACIONES DEL ACERO PARA UN DETERMINADO ARMADO INFERIOR SIMETRICO.

Fig. 4.6.1.

	M>0	M<0
1		-0.00043
2		-0.00012
3	0.00035	
4	0.00067	
5	0.00096	
6	0.00120	
7	0.00139	
8	0.00154	
9	0.00165	
10	0.00172	
11	0.00174	

FIGURA 4.6.1. Con este fenómeno oponerse en relación, dos variables importantes, la plastificación del hormigón y la profundidad de la Línea Neutra.

4.7. INTERPRETACION DE RESULTADOS

Por el proceso descrito, puede obtenerse el valor del giro en el apoyo, sin más que recorrer la pieza del centro al apoyo.

Naturalmente para una cierta armadura aparecerá - en el apoyo ó vinculo un determinado giro residual que nos definirá el orden en la aplicación - de correcciones. Fig 4.7.4.

El manual desarrollado en el Tomo II de esta Te - sis, contemplando todo el espectro que un forjado - puede llegar a tener, manejando luces entre 3 y 7 m. y cantos de 20, 25 y 30 cm., estudia con ampli - tud los dos problemas siguientes:

- 1 Análisis en situación de servicio. Ley real de momentos flectores y flecha máxima.
- 2 Análisis en situación última, ley real de momentos flectores de rotura, carga ultima y análisis del proceso de la plastificación.

Esta última situación como se verá más adelante - dará el valor del giro plástico del apoyo. Valor -

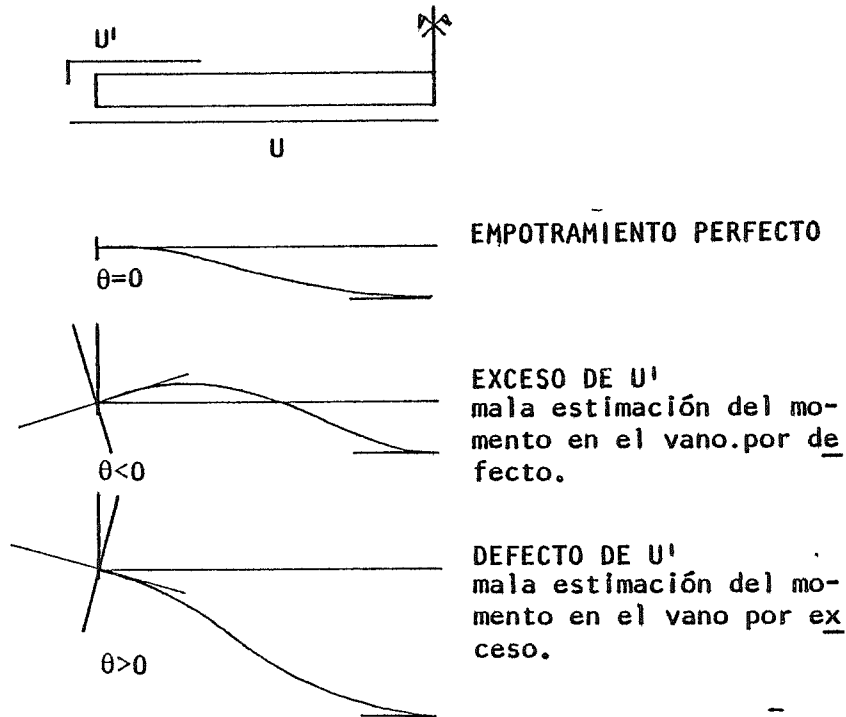


FIGURA 4.7.4.

a su vez de relevante importancia en el estudio de la sección plastificada, en donde, a juicio del autor esta tesis tiene uno de los mayores soportes. El proceso seguido por la máquina se refleja en el programa f30 -ver Tomo II- y puede sintetizarse de la siguiente forma,

1 Cálculo de deformaciones de acero para cada sección,

$$\frac{M(K)}{0.95dF_{2.100.000}} = E(K) \quad d = \text{canto útil}$$

2 Búsqueda del equilibrio de la sección por tanteos

$$\left(\frac{200d}{3}\right) \left(1 - \frac{O}{J}\right) = X(K)$$

Todo en función del parámetro de posición O y el intervalo J . Donde se comienzan a dar valores a $X(K)$ a partir de $2/3d$.

3 Obtención de deformaciones del hormigón.

$$\frac{\epsilon_a x}{d-x} = \epsilon_b$$

4 Obtención de las tensiones del hormigón,

$$\epsilon_b 19000 \sqrt{f_{ck}} = \sigma_b$$

5. Cálculo de bloques de hormigón en situación $M < 0$

$$0.90 \sigma_b A_x = T$$

6. Discusión del resultado,

$$M \geq 0, x > C$$

$$0.90 G(K) C B + \frac{1}{2} 0.85 \sigma_b (x - C) A = T$$

7. $M \geq 0; x \leq C$

$$0.90 G(K) B x = T \quad \text{Resultante de hormigón.}$$

8.

$$\frac{\epsilon_a 2.100.000 F}{1.15} = U \quad \text{Resultante del acero.}$$

9. Comparación de resultantes

$$\begin{array}{l} T < 0.98U \\ x + 0.5 = x \end{array} \quad \text{NO VALE}$$

$T > 1.02U$	$0.98U \leq T \leq 1.02U$	VALE
$0 + 0.1 = 0$	$\frac{\epsilon_a + \epsilon_b}{d} \frac{L}{J} = \theta$	asignación de valores y cambio de posición
NO VALE		

Así, se calcula el giro entre el centro y el apoyo.

V. DEFINICION MATEMATICA DEL MODELO ELASTOPLASTICO

5.1. DEFINICION DE PLASTIFICACION

Se hace difícil manejar el diagrama tensión-deformación del hormigón, parábola-rectángulo, de entrada porque es uno de tantos entre los que podríamos haber elegido.

Para ello a partir de ahora utilizaremos otro de-análogo significado, pero más manejable de forma -triangular rectangular $-\sigma/\epsilon-$, dejando para otra ocasión los problemas secundarios de la consideración de uno u otros. Fig.5.1.1.

Tomamos un modelo de hormigón ideal que se ajuste a un comportamiento definido por líneas rectas, -tanto en su zona elástica como en su zona plástica definiendo la deformación límite del 2 ‰, en el -punto de ordenada $0.9f_{ck}$. En esta región se admite el hormigón va a tener un comportamiento perfectamente lineal y a partir de ahí se entiende el hormigón trabaja a partir de regiones de no lineali -

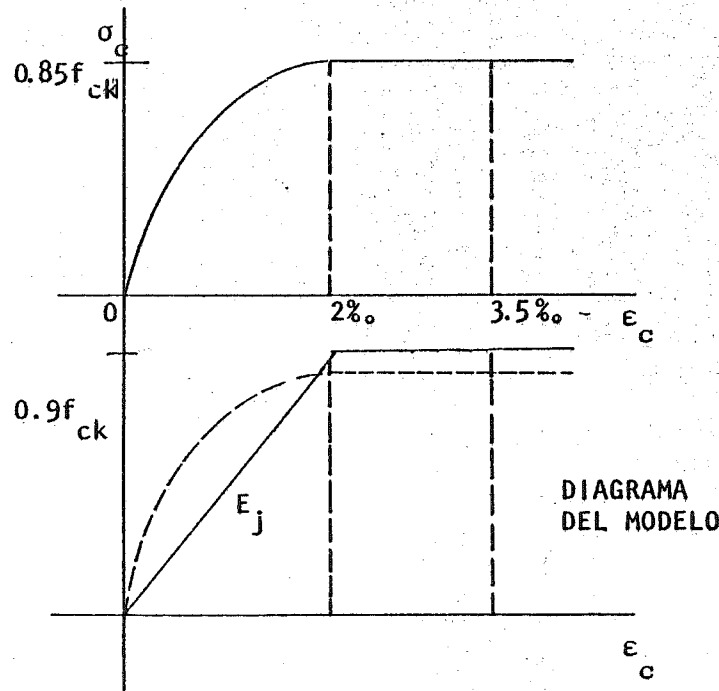


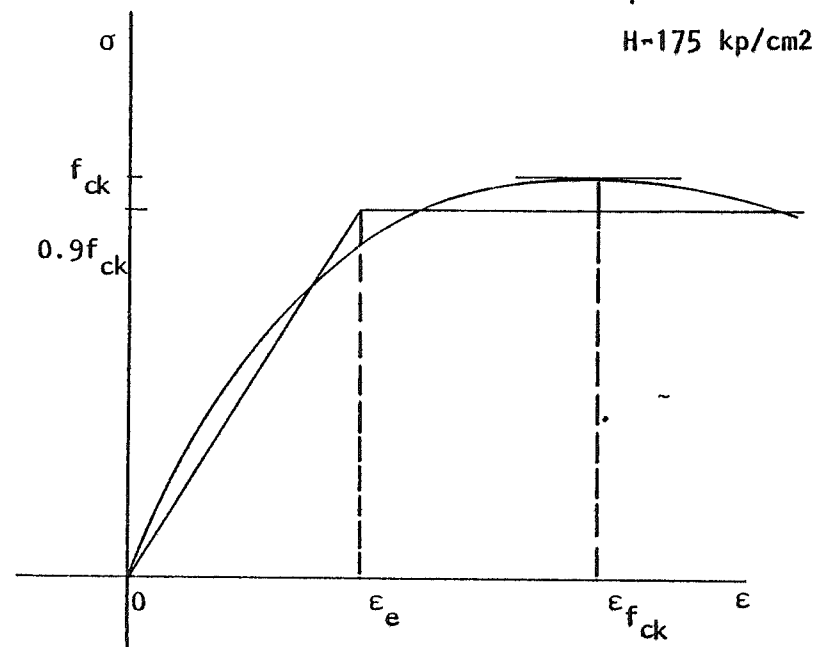
FIGURA 5.1.1.

E_j Módulo instantáneo de deformación longitudinal secante del hormigón.

dad. Estableciendo de ahora en adelante cuando el hormigón se encuentra en zona de linealidad y zona de no linealidad , para distinguirlo de zonas-plastificadas que más adelante definiremos.

A diferencia del cálculo a fisuración, en donde el hormigón ha pasado ya por la zona de no linealidad, los giros remanentes en el apoyo -en situación de giro nulo- condicionan la forma de trabajar las armaduras y en consecuencia las zonas -plastificadas.

El uso del diagrama elegido rectangular-triangular no es más exacto que el parábola rectángulo, manifestando diferencias sobre este del orden del 1-2% para cuantías bajas ($U+U'=2-4 \text{ cm}^2$) aumentando estos errores del 5-10% para cuantías altas ($>8 \text{ cm}^2$).



0.000626

0.000692

FIGURA 5.2.1

5.2. MODELO DE COMPORTAMIENTO

5.2.1. Curva modelo del hormigón.

Partiendo de las relaciones elásticas de Hocke, se hallan las deformaciones correspondientes al 2%, y a rotura para un hormigón de $f_{ck} = 175 \text{ kg/cm}^2$.

$$E_c = \frac{d\sigma}{d\epsilon} ; \quad \epsilon E = \sigma \quad \text{Fig. 5.2.1.}$$

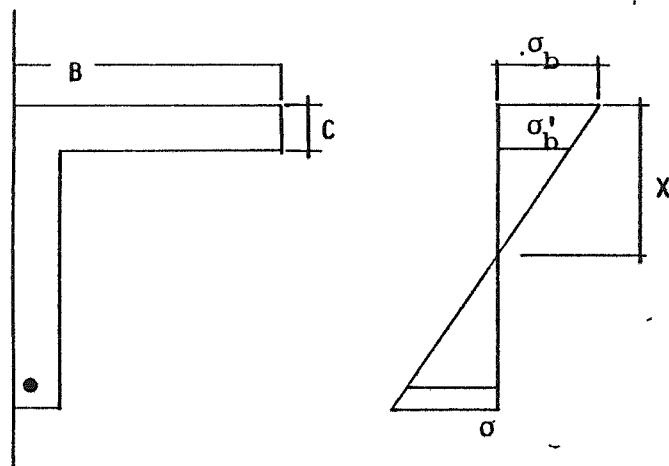
$$H-175, \quad \frac{175}{19.000\sqrt{f_{ck}}} = E_c = 0.000696225 \text{ m/m}$$

$$0.9H = 0.9 \times 175 = 157.50 \text{ Kg/cm}^2.$$

Se ha utilizado el módulo secante de deformación - del hormigón definido por la EH-80.

$$\frac{157.50}{E_c} = \frac{157.50}{251.346,37} = 0.000626 = \epsilon_{\text{elástica hormigón}}$$

esta deformación es la que utiliza el programa como límite para establecer la frontera de proporcionalidad.



En función de como sean las deformaciones del hormi
gón en cada sección, se tomará un diagrama u otro,

$$\epsilon_b \geq \epsilon_E = \frac{0.9 f_{ck}}{19.000 \sqrt{f_{ck}}}$$

y se establecerá la siguiente discusión.

5.2.2. DIAGRAMA ELASTICO

FIGURA 5.2.2.

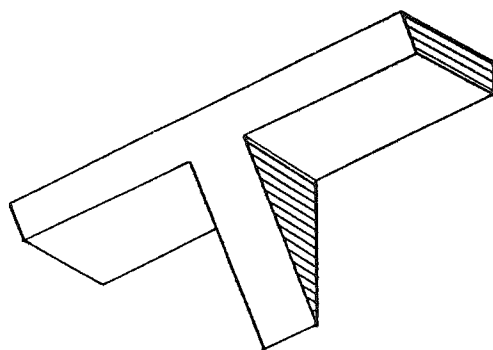


DIAGRAMA DE TENSIONES DEL HORMIGON

$x(K) \geq C$

Fig.5.2.2.

$$\frac{x}{\sigma_b} = \frac{x-C}{\sigma'_b} \quad ; \quad \sigma'_b = \frac{(x-C) \epsilon_b}{x} \quad \text{TENSION EN CARA INFERIOR DE ALA}$$

$$\frac{\sigma_b + \sigma'_b}{2} C B + \frac{\sigma' (x-C)}{2} A = T \quad \text{RESULTANTE DEL HORMIGON}$$

$x(K) < C$

$$\frac{x \sigma_b}{2} = T$$

5.2.3. DIAGRAMA ELASTO-PLASTICO $\epsilon_b < \epsilon_E$

$$\frac{x}{\epsilon_b} = \frac{x - x_E}{\epsilon_E} ; \quad x \epsilon_E = \epsilon_b x - \epsilon_b x_E$$

$$x_E = \frac{x \epsilon_E - \epsilon_b x}{\epsilon_b} ; \quad x_{\text{elást.}} = \frac{x(\epsilon_E - \epsilon_b)}{\epsilon_b} \quad \text{Fig.5.2.3.}$$

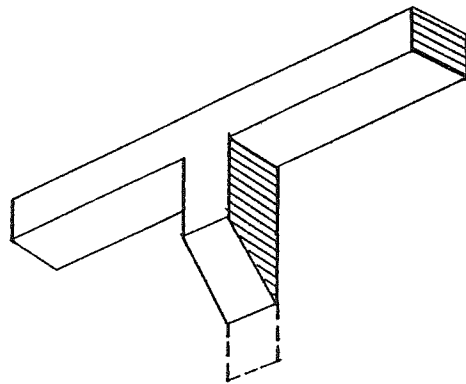
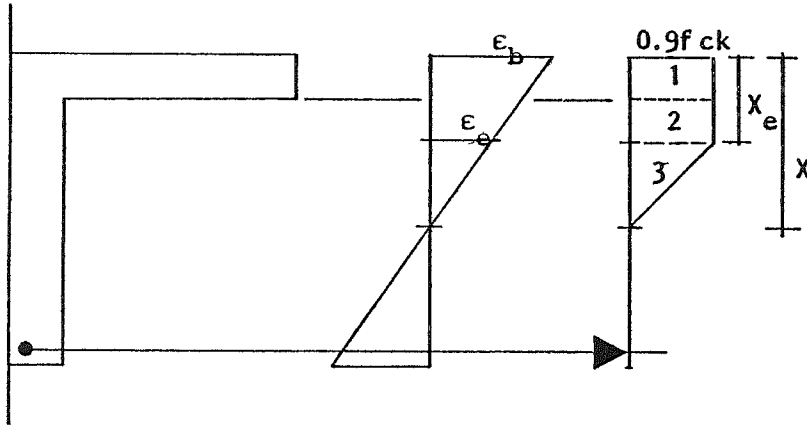


FIGURA 5.2.3.

$$X(K) > C; \quad x_E \geq C$$

$$0.9f_{ck} B C + (x_E - C) A 0.9f_{ck} + (x - x_E) 0.9f_{ck} A \frac{1}{2} = T$$

(1) (2) (3)

$$X(K) > C ; x_E < C$$

Fig.5.2.4.

$$0.9f_{ck} x_E B + \frac{(0.9f_{ck} + 0.9f_{ck} \frac{x-C}{x-x_E})}{2} (x - x_E - (x-C)) B$$

$$0.9f_{ck} (x_E C + \frac{B(1 + \frac{x-C}{x-x_E})}{2} (C - x_E)) + 0.9f_{ck} \frac{(x-C)^2}{2(x-G)} = T$$

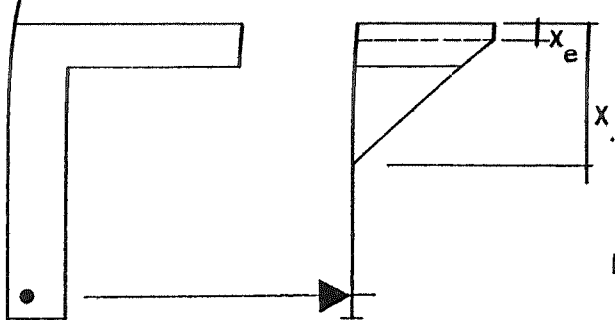


FIGURA 5.2.4.

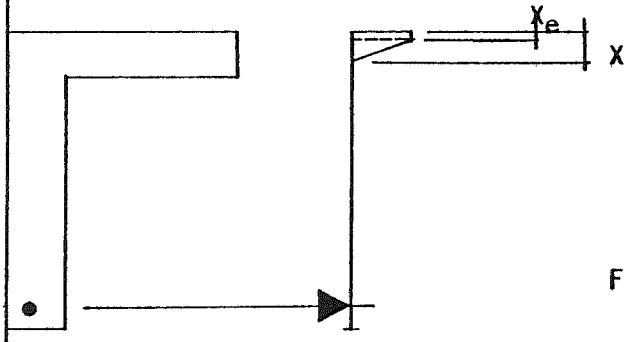


FIGURA 5.2.5.

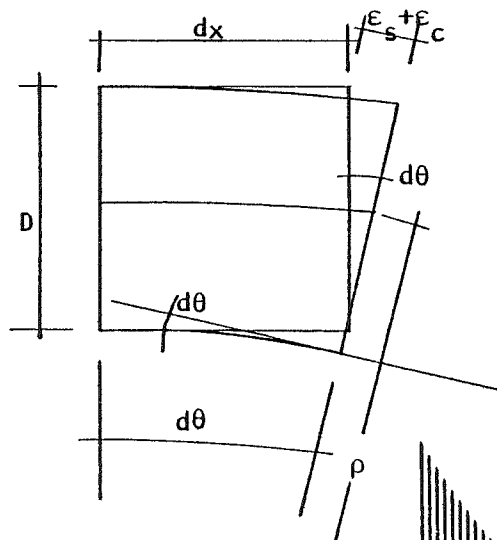


FIGURA 5.2.4.1.

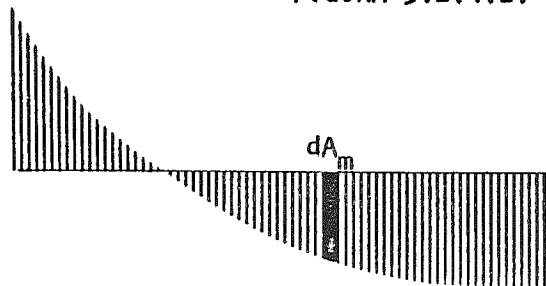


FIGURA 5.2.4.2.

$$x < C ; x(K) < C$$

$$0.9f_{ck} B(G + \frac{x(K) - x_E}{2} B) = T ; \text{ Fig.5.2.5.}$$

Análogo desarrollo presenta la sección a M⁻
5.2.4. OBTENCION DEL GIRO

El giro en este caso, se obtiene como anteriormente
te por integración de las curvaturas,
Si se toman 50 intervalos ($\frac{L}{50}$)

$\rho d\theta = 10 \text{ cmt}$ (para una luz de 5 m.)

$$D d\theta = \epsilon_a + \epsilon_b$$

$$d\theta = \frac{\epsilon_a + \epsilon_b}{D} dx = \frac{\epsilon_a + \epsilon_b}{D} 10$$

Figs. 5.2.4.1 y
5.2.4.2

5.3. COMPORTAMIENTO PIEZA

En el intento de conseguir una aproximación lo más ajustada a la realidad y conseguir un modelo de análisis que controle el fenómeno físico, se vuelve a resolver el problema en la misma línea pero corrigiendo los errores de precisión que se cometieron en los programas anteriores.

En este instante se parte de la gráfica tensión-deformación con tope elástico en el $0.9f_{ck}$ a partir de ahí, las tensiones serán constantes en el hormigón, hasta la profundidad en primera de las fibras más alejadas de la Línea Neutra en compresión, para la cuál, comienza a comportarse elásticamente. A partir de esa profundidad el diagrama seguirá la ley triangular. Fig.5.3.1.

Así, si las deformaciones del hormigón son inferiores a la profundidad igual a $\sigma_b = 0.9f_{ck}$, sólo se trabajará con un diagrama triangular de tensiones.

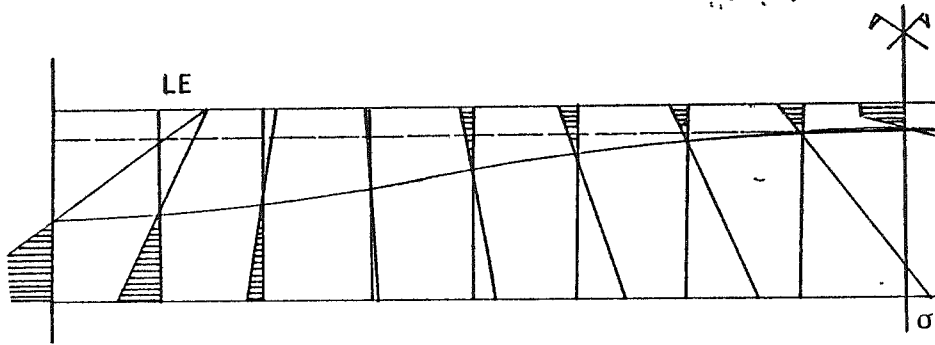


FIGURA 5.3.1

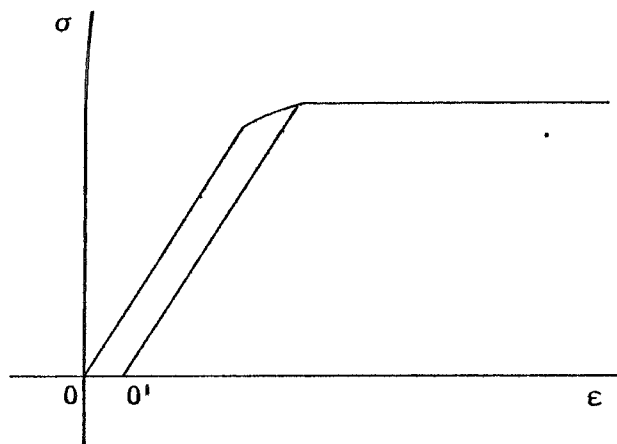


FIGURA 5.3.2.

Habría que precisar que en el primer escalón de puesta en carga la recta de proporcionalidad $\sigma = E_j \epsilon$ -siendo E_j el modulo instantaneo de deformación longitudinal-, tiene una regresión hacia la derecha -sentido de abcisas positivas- ó traslación de magnitud OO' -según Fig. 5.3.2.- referido a las deformaciones instantaneas debidas al periodo de puesta en carga.

Estas deformaciones en un ciclo de histeresis, no vuelven a presentarse siempre que no sobrepasemos el eslabón de carga anteriormente efectuado.

En esta fase prescindiremos de este hecho, por no considerarlo de importancia significativa y que además a la hora de definir el problema no nos afectaría, pudiendo más adelante incluirse esta corrección.

Así se comenzará a calcular la deformación del hormigón si estuviera trabajando a $f_{ck} = 175 \text{ kg/cm}^2$. con

un Modulo de Young tangencial de $19.000\sqrt{175}$ definido por Norma EH-80, esta deformación es un valor fijo de 0.000627 m/m . En estas condiciones, en relación

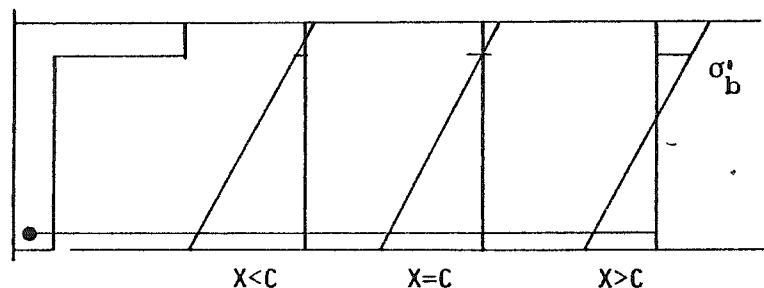


FIGURA 5.3.3.

con lo dicho, el hormigón se queda con una σ_{\max} de $0.9f_{ck} = 157.50 \text{ kp/cm}^2$.

La deformación de 0.000627 m/m . marca el final del periodo de proporcionalidad o límite elástico del hormigón.

Por lo dicho la deformación del hormigón máxima $-\epsilon_{b\max}$ podrá encontrarse en valores del orden,

$$\epsilon_b \geq \frac{0.9 f_{ck}}{19.000/f_{ck}} = Q$$

Si $\epsilon_b < Q$; todavía hay que ver si la profundidad de la Línea Neutra se va a mantener \geq al espesor del ala C. Fig.5.3.3., dato del problema, para el cuál, inicialmente por estar $\epsilon_b < Q$, estamos en un diagrama triangular elástico perfecto para el hormigón y podrá construirse una proporcionalidad con la cuál obtenemos la tensión máxima de compresión del hormigón. Si $x > C$ el bloque de tensiones del hormigón a computar será suma de dos sumandos

uno, el área del trapecio por el ancho de las alas y otro el área del triángulo definido por la tensión σ'_b a la cara inferior de las alas multiplicada en este caso por el ancho del nervio A. Si por el contrario $x < C$, el problema se simplifica, no hay más que computar la pirámide rectangular de tensiones y sólo en ella de la cual se conoce todo. Y cuyas dimensiones son, su base X_{LN} , la tensión del hormigón, el ancho de las alas dividido por 2, este valor asignado a la resultante de compresiones se comparará a la resultante de acero en esa sección.

Con esto habríamos resuelto el primero de los apartados. Si por el contrario, la deformación máxima del hormigón se mantiene mayor o igual a $0.9f_{ck}/E_j$ estaremos en condiciones de definir el diagrama para el cual definimos la profundidad x_E - en los programas nombrada como G-, a partir de la cuál las tensiones comienzan a no ser proporcionales a las deformaciones y a la profundidad de la Línea -

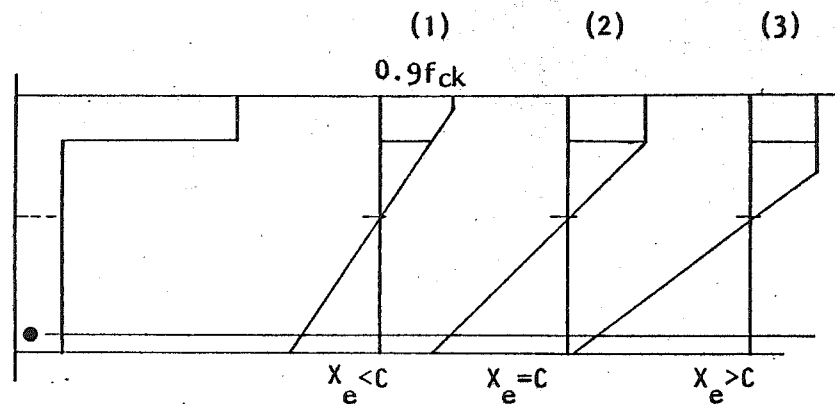


FIGURA 5.3.4.

Neutra x -tanteada en el programa-. Así por proporcionalidad de deformaciones y en base a la deformación para la cuál las tensiones dejan de ser proporcionales a las deformaciones, se podrá hallar la profundidad x -en programa E- para la cuál el diagrama se quiebra de triangular a rectangular.

Volvemos otra vez al caso de considerar que tengamos una $x(K)$ superior a C -espesor de las alas- y en este caso se vuelve a establecer la discusión de x_E calculada y definida con anterioridad, que será \geq a C , por lo que en el caso tercero de la Fig.- 5.3.4. habrá que establecer tres sumandos.

1. Cabezas $0.9f_{ck}$ BC.
2. Zona triangular dentro de x_E y dentro del nervio de ancho A , definida por $(x_E - C)$ A $0.9f_{ck}$.
3. Zona triangular $(x - x_E)$ $0.9f_{ck} A \frac{1}{2}$

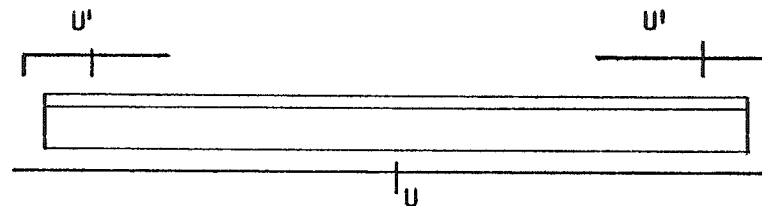
Su suma vuelve a dar una resultante de comparación de hormigón con otra de acero para esa sección.

En el caso (1) de la figura, $x > C$ con $x_E < C$ el diagrama rectangular queda dentro de las alas y el triangular dentro de la capa de compresión. Este va a ser el caso de todos los vistos más próximo al comportamiento real de un forjado en regiones de momentos positivos máximos.

Este espectro de situaciones, arroja valores de x que son variables en función del bloque considerado y de su armadura, con lo que se adapta más el modelo de sollicitación a la realidad.

Así, en las zonas de comportamiento no lineal la profundidad de la Línea Neutra, va en aumento del centro a los apoyos, hasta encontrar las zonas de modelo elástico donde la x se mueve muy poco.

En este sentido y con el único criterio de comprobar la influencia que sobre la deformación giro-de secciones- ejerce la cantidad de armadura y su disposición se ofrecen ejemplos de distintas relaciones de armadura, en donde en todos los casos la luz es 5 m. y $U+U' = 4 \text{ cm}^2$. Fig 5.3.5.



$$U+U' = 4 \text{ cm}^2.$$

FIGURA 5.3.5.

Estos giros residuales, son los obtenidos en apoyo sin más consideración que cargar la pieza con una carga uniforme, y procedente del momento isostático que dan las armaduras en su límite elástico en situación de servicio ⁽⁵⁾.

⁽⁵⁾ VER PROGRAMA f23 EN ANEXOS DE PROGRAMAS. Tomo II

5.1. EJEMPLOS.

5.1.1 CUADRO DE VALORES SOBRE LA DISPOSICION DE ARMADURA

$\frac{2}{2}$	$\frac{2.4}{2}$	$\frac{2.6}{2}$	$\frac{2.8}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3.2}{2}$	$\frac{3.4}{2}$	$\frac{3.6}{2}$	$\frac{3.8}{2}$	$\frac{4}{2}$	RELACION DE MOMENTOS
1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2.0	K
$\frac{2}{2}$	$\frac{2.18}{1.82}$	$\frac{2.26}{1.74}$	$\frac{2.33}{1.67}$	$\frac{2.40}{1.60}$	$\frac{2.46}{1.54}$	$\frac{2.52}{1.48}$	$\frac{2.57}{1.43}$	$\frac{2.62}{1.38}$	$\frac{2.67}{1.33}$	$\frac{U'}{U} = K$
50	54.50	56.50	58.25	60	61.50	63	64.25	65.50	66.75	% $\frac{U'}{U}$
50	45.50	43.50	41.75	40	38.50	27	35.75	34.50	33.25	
										100% 4cm ² .

TABLA 5.4.1.

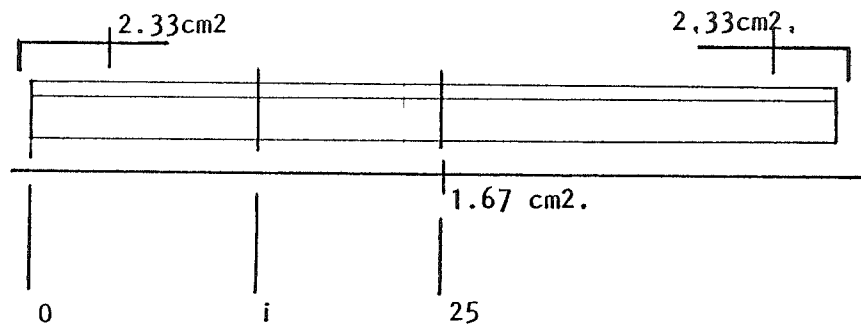


FIGURA 5.4.2.

5.4.2 EJEMPLOS DE SALIDA CON DISTINTOS ARMADOS

Armadura superior 2.33 cm².

Armadura inferior 1.67 cm².

Fig. 5.4.2.

POSICION	PROF. LN	GIRO LOCAL
25	4.7328 cm.	0.014764 rad.
24	4.7448	0.014725
23	4.8000	0.014626
22	4.8264	0.014389
21	4.9200	0.014116
20	5.0400	0.013758
19	5.1600	0.013285
18	5.3308	0.012732
17	5.5416	0.012112
16	5.8272	0.011414
15	6.1920	0.010635
14	6.6696	0.009281
13	7.3008	0.008847
12	8.1648	0.007837
11	8.3984	0.006454
10	2.2800	0.002369
9	1.2800	0.001018
8	5.4000	-0.000413
7	5.4000	-0.001807

6	5.4000	-0.003282
5	5.4000	-0.004836
4	5.4000	-0.006470
3	5.4000	-0.008184
2	5.4000	-0.009277
1	5.4000	-0.011850
0	5.5200	-0.013935

El giro entre el apoyo y la mitad es 0.012202

Corrigiendo los momentos en el apoyo, se puede llegar a tener un control de los giros y por lo tanto de los movimientos y flecha. Por otra parte esta forma de analizar la pieza contempla todas las posibles formas de los diagramas de tensión en todos los escalones en base a las discusiones sobre estas establecidas con anterioridad.

El giro se ha obtenido aplicando la fórmula de Young en el siguiente ejemplo se hace lo mismo con la fórmula de los trapecios para observar diferencias.

MISMO EJEMPLO APLICANDO EN LAS INTEGRALES DE GIRO

LA FORMULA DE LOS TRAPECIOS.

Armadura superior 2.33 cm².

Armadura inferior 1.60 cm².

POSICION	PROF. LN	GIRO LOCAL
25	4.7040	0.014801
24	4.7160	0.014259
23	4.7472	0.014628
22	4.8024	0.014412
21	4.8816	0.014108
20	4.9920	0.013722
19	5.1600	0.013274
18	5.2184	0.012689
17	5.5536	0.012046
16	5.8536	0.011319
15	6.2448	0.010512
14	6.7560	0.009622
13	7.4424	0.008656
12	8.4000	0.007609
11	2.2800	0.003389
10	2.2800	0.002038
9	2.2800	0.000594
8	5.4000	-0.000785
7	5.4000	-0.002141
6	5.4000	-0.003574
5	5.4000	-0.005085

4	5.4000	-0.006674
3	5.4000	-0.008340
2	5.4000	-0.010083
1	5.5200	-0.012019
0	5.5200	-0.013925

El giro entre el apoyo y la mitad es ahora 0.011511 y en las condiciones de F. de Young 0.012202, diferencia del orden de la milésima, por lo que no es relevante el método de integración y en todos los procesos siguientes seguiremos usando la fórmula de los trapecios.

A este nivel tenemos, controlado el movimiento de la Línea Neutra y el sentido del giro de la sección extrema. Así, en este ejemplo que se acaba de exponer es positivo, lo que significa que una relación de armado 2/1 como la expuesta precisa de un momento mayor que el aplicado en valor a la armadura a momento negativo, hecho de relevante importancia en lo referente a la relación tradicional entre la armadura que se dispone y los momentos reales con los cuales reacciona la pieza.

5.4.3. VARIACIÓN DEL GIRO CON LA CUANTIA
FORMULA DE LOS TRAPECIOS.

arm sup 2.60 cm2. 65%
arm inf a.40 35%
giro apo-mit 0.000968 rad

arm sup 2.80 70
arm inf 1.20 30
giro apo-mit 0.000013

arm sup 2.90 72.5
arm inf 1.10 22.5
giro apo-mit 0.000775

arm sup 3.00 75
arm inf 1.00 25
giro apo-mit 0.000680

arm sup 1.00 25
arm inf 3.00 75
giro apo-mit 0.002052

5.5. VARIACIONES DE GEOMETRIA EN LA PIEZA

Cualquier variación de geometría debe resolverse por dos caminos en base a dicha variación.

1. Que la ley de momentos de inercia, sea variable - con una ley matemática de función conocida como será el caso de macizados en los apoyos ó acartelamientos planos.

2. Que la ley de momentos de inercia sea variable - sin formulación simple conocida a base de una tabla de valores.

En ambos casos, la utilización del ordenador, por lo sistemático del algoritmo utilizado para comprobación, puede ser aconsejable.

5.5.1. MACIZADOS

K= Posición, KL/J Abcisa en ejecución

N= Longitud de la zona macizada

Para valores de posición inferiores a N, se igualan en el programa A y B quedando una sección rectangular, y realizando el análisis descrito con anterioridad, Fig.5.5.1.

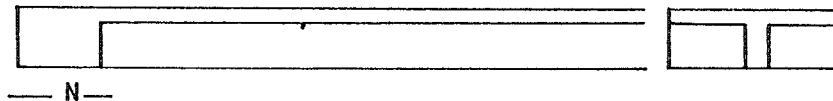


FIGURA 5.5.1.

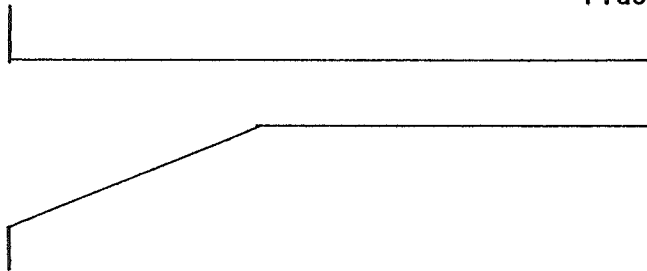
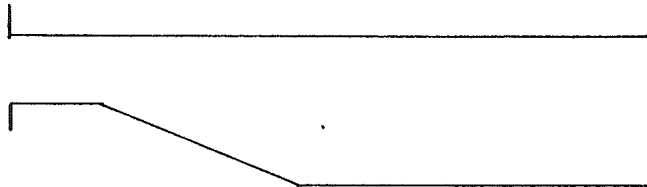


FIGURA 5.5.2.



5.5.2. SECCION RECTANGULAR

Sin más que corregir el programa descrito y los posteriores en $B=A$, todos pueden trabajar con secciones rectangulares obteniendo con el modelo que se presenta conclusiones diversas a las que aquí se expresan solo para forjados y donde el propio método de análisis utilizado revela lo distinto del mecanismo estructural al pasar de la viga rectangular al forjado.

5.5.3. PIEZAS DE SECCION RECTANGULAR ACARTELADAS EN LOS APOYOS EN EL VANO

Deberá facilitarse el canto máximo y mínimo, la longitud de cartela o lo que es igual, su forma de variar

$$x=N \quad ; y = d' - d$$

$$y = \frac{d' - d}{N} x \quad \text{LEY DE VARIACION DE CANTO EN LA CARTELA}$$

$$y = \frac{d' - d}{N} \left(\frac{KL}{J} \right) \quad ; \quad (d' - d) \left(1 - \frac{KL}{NJ} \right) + d = d'$$

$$\frac{N}{d' - d} = \frac{N - \frac{KL}{J}}{x} \quad ; \quad \frac{(d' - d) \left(N - \frac{KL}{J} \right)}{N} = x \quad ; \quad d + x = d'$$

FIGURA 5.5.3.

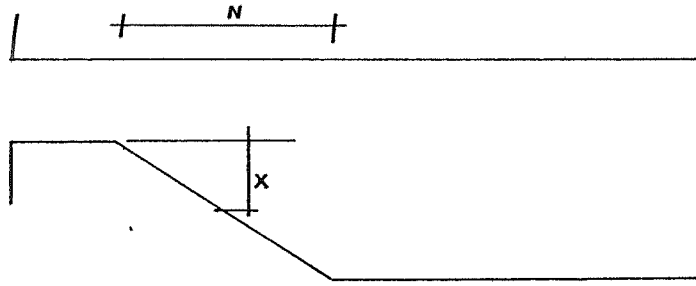


FIGURA 5.5.4.

Si la cartela está invertida, Fig.5.5.4.

$$\frac{N}{d' - d} = \frac{\frac{KL}{J}}{x} ; \quad \frac{(d' - d) \left(\frac{KL}{J}\right)}{N} = x$$

$$d - \frac{(d' - d) \left(\frac{KL}{J}\right)}{N} \rightarrow d$$

5.6. ERRORES COMETIDOS CON EL NUMERO DE INTERVALOS

Como se carece de elemento de juicio al obtener información de un proceso basado en integrales correspondientes a funciones definidas parametricamente, puede plantearse la duda de saber si la aproximación de 50 intervalos da fiabilidad ó no. Entonces se analizó la misma pieza con 50 intervalo y con 200, invirtiendo en el primer caso 2 minutos y en el segundo 17, arrojando el siguiente resultado,

J=50 Giro 0.08121

J=200 Giro 0.08136.

Por lo cuál no se considera relevante la exactitud conseguida <1% con el tiempo empleado. Por lo que se obtiene un razonable error.

VI, ANALISIS DEL PROCESO DE PLASTIFICACION
ESTADO DE SERVICIO DE UNA VIGA EN T

6.1, ANALISIS DEL PROCESO DE PLASTIFICACION

6.1.1. CONCLUSIONES DE LOS VALORES OBTENIDOS

Para las situaciones de servicio, se producen, según los ejemplos posteriores, zonas de no linealidad en estado de servicio, lo que evidencia un trabajo anelástico, hecho que contemplan todas las normativas. Volviendo a recordar que no linealidad, sólo significa que el hormigón ha superado el periodo marcado de proporcionalidad en el límite marcado de $0.9f_{ck}$ establecido con anterioridad. Ante este hecho, cabe pensar, que si en estado de servicio ya existen zonas no lineales en agotamiento del hormigón por compresión sólo y la pieza no se ha arruinado, es gracias a que esta precisa de una cierta cantidad de giro plástico en los apoyos y por lo que se plantean dos caminos a seguir de indudable interés.

- 1? ¿Cuál o cuales son las estrategias de armado - que no precisan plastificación ni en apoyo ni en vano en estado de servicio?.
- 2? ¿ Idem anterior que precisan dicha plastificación?. (⁶¹).

De la primera se establecerá la razón U'/U que como consecuencia dará M'/M en todo el proceso, que corresponderá a la ley real de servicio de la pieza y que coincide bastante poco con lo que hoy se toma como ley de respuesta de la pieza,

En este capítulo se ~~recode~~ propiamente el cuerpo - de tesis, donde, después de evidenciar las dos primeras cuestiones, penetraremos en el proceso de - plastificación, determinando el momento último, la carga última, plastificaciones de apoyo, alarga - mientos del acero precisos, y zonas a las que afecta la plastificación -rótulas-.

En este punto interesa progresar en la definición de la deformación global a partir de los estados loca

(⁶¹) Ambas estrategias se demuestran en 6.3.1. y 6.3.2.

les no lineales y plásticos de cada una de las secciones.

No encontrando un camino mejor en la línea trazada parece indicado corregir las leyes de momentos que se van obteniendo a partir de fijar el momento $M(0)$ en el apoyo.

Inicialmente el momento en el apoyo, era el que se obtenía de la armadura superior y como es natural no existía mucha relación entre él y el de empotramiento que quería corregirse.

La conclusión, según se expone a continuación a través de ejemplos, es que para cargas de servicio obtenidas del trabajo de las armaduras en agotamiento el apoyo siempre manifiesta regiones de plastificación.

6.1.2. PROCESO DE BUSQUEDA DEL GIRO NULO EN EL APOYO

ARMADURA TOTAL $U+U' = 4\text{cm}^2$.

TANTEO N°	ARMADURA SUPERIOR	ARMADURA INFERIOR	$\frac{U'}{U}$	GIRO RESIDUAL APOYO
1	2.40	1.60	1.50	0.008114
2	2.50	1.50	1.666	0.007458
3	2.60	1.40	1.857	0.006816
4	2.70	1.30	2.076	0.006086
5	3.00	1.00	3.000	0.005019
6	3.50	0.50	7.000	0.004000
7	3.55	0.45	7.889	0.000248
8	3.60	0.40	<u>9.000</u>	<u>0.000014</u> GIRO NULO
9	3.65	0.35	10.428	-0.000234
10	3.75	0.25	15.000	-0.000314

Para la pieza T de 5 m. de luz y 20 cm de canto en estado de servicio se alcanza la situación de giro nulo ó empotramiento perfecto para proporciones de armaduras $U'/U=9$. A partir de ese valor como puede observarse el giro en el apoyo cambio de signo al seguir aumentando el armado en el apoyo.

6.1.3. RECONSTRUCCION DEL PROCESO DE DEFORMACION PARA UNA PIEZA ARMADA CON $U'/U = 2/1$, PROPORCION DEL EMPOTRAMIENTO PERFECTO.

Armadura sup 2.66 Armadura inf 1.33 cm².

Deformación en el límite de proporcionalidad del hormigón 0.000627 para H-175 ; $M_{emp.} = -1.748.6 \text{ kp.m.}$

POSICION	PROF REAST.	DEF HORM.	DEF ACERO	GIRO
25	-	0.000240	0.001040	0.011555
24	-	0.000240	0.001831	0.011500 -
23	-	0.000236	0.001805	0.011335 -
22	-	0.000230	0.001761	0.011059
21	-	0.000222	0.001699	0.010672
20	-	0.000211	0.001620	0.010176
19	-	0.000199	0.001523	0.009569
18	-	0.000184	0.001409	0.008851
17	-	0.000167	0.001277	0.008023
16	-	0.000147	0.001128	0.007085
15	-	0.000125	0.000961	0.006036
14	-	0.000101	0.000777	0.004877
13	-	0.000075	0.000574	0.003608
12	-	0.000046	0.000355	0.002228
11	-	0.000015	0.000118	0.000738

10		-0.000031	-0.000069	-0.000555
9		-0.000093	-0.000205	-0.001657
8		-0.000160	-0.000350	-0.002830
7		-0.000230	-0.000504	-0.004075
6		-0.000304	-0.000666	-0.005390
5		-0.000382	-0.000838	-0.006776
4		-0.000464	-0.001018	-0.008234
3		-0.000551	-0.001207	-0.009762
2	0.125 cm	-0.000641	-0.001404	-0.011362
1	0.998 cm	-0.000758	-0.001611	-0.013160
0 APOYO	1.721 cm	-0.000886	-0.001826	-0.015067

La integral de los giros locales entre el vínculo -apoyo- y la mitad -por ser simétrica- es $\theta = 0.004020$.

De esta salida de valores podemos las siguientes conclusiones,

1. Debe observarse que comienzan a contabilizarse plastificaciones crecientes a partir de la sección 2 hacia el apoyo, justamente desde la primera sección que registra deformaciones del hormigón superiores a la límite en proporcionalidad. $|-0.000641| > \epsilon_E = 0.000627$.
2. Notese el ajustado movimiento en el crecimiento de las curvaturas -giros- y deformaciones que la máquina va registrando, que permiten conocer el estado exacto de cada sección en orden a su fatiga.
Por ejemplo, si estamos trabajando con un acero A-42 su límite elástico dará la resistencia característica,

tendremos $f_{yd} = \frac{4200}{1.15} = 3.652 \text{ kp/cm}^2$. que ocasionará una deformación unitaria de,

$$\epsilon = \frac{\sigma}{E_s} = \frac{3.652 \text{ kp/cm}^2}{2.100000 \text{ kp/cm}^2} = 0.001739 \text{ m/m.}$$

Si observamos detenidamente la lista de deformaciones dada en el ejemplo propuesto, todas las deformaciones del acero se mantienen inferiores a este valor, por lo que el acero está trabajando en toda la pieza dentro de su límite elástico salvo en la sección 0 en la cual se ha llegado al valor 0.001826 y se comienza a superar la deformación del límite elástico.

3. También del mismo listado, se deduce que el acero se sale de límite en la sección 0, mientras que el hormigón lo hace en la sección 2. Situaciones contempladas por norma como de dominios distintos.
El cálculo como está planteado hoy a base de analizar secciones punta de sollicitación, desconoce el funcionamiento del resto de secciones como su proximidad o alejamiento de dominios proximos al estado último.
4. La existencia de un giro residual en el apoyo de valor 0.004020, supone la inexactitud de la proporción 2/1 en la gráfica de momentos considerada como de empotramiento perfecto. Conseguir el giro nulo, conlleva a actuar sobre las armaduras dispuestas variando la proporción U'/U .
El giro residual positivo, que aparece en el apoyo evidencia, por otra parte la mala estimación de la carga inicial.

Todo este proceso se encuentra descrito en el programa f23 -ver Tomo II-

Como nuestro sistema es proceder a base de tanteos-
definimos el momento en el apoyo, de forma arbitra-
ria -logicamente negativo-, donde lo que hay fijo -
es la carga, en función de la armadura, dato del -
problema y a su vez estas elemento de diseño -obje-
tivo- y relación con los valores que se van obte -
niendo.

En este ensayaremos, la variación del giro, con -
tres piezas de igual luz, una de sección T, otra -
macizada en los apoyos y otra plana de ancho el de-
las alas de la T. Fig.6.1.3.



FIGURA 6.1.3.

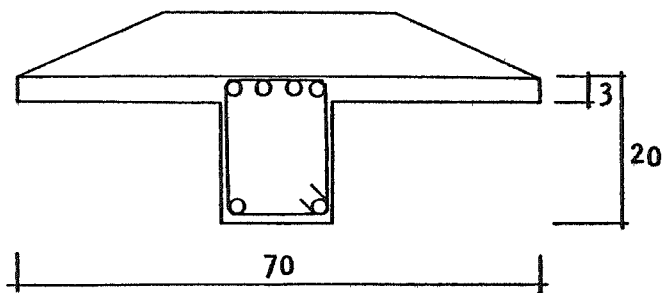


FIGURA 6.1.4.

6.1.4. SECCION EN T

Se omitirán los casos previos de tanteos, pues en el § anterior ha quedado establecido el sistema de aproximación al giro nulo. En base a que ya se ha llegado a la solución de giro nulo, en las condiciones siguientes según listado, esta es,

arm sup 2.6666 cm². Fig. 6.1.4.
arm inf 1.3333 cm².

U' / U 2

Nº intervalos 50

Mizq -1895.00 kp.m
Mder 1895.00 kp.m

Sección 2 plastificación 0.666
Sección 1 " 1.411

Giro en apoyo : -0.000030 - ~ nulo-

Si el momento de empotramiento 2/1 es -1748.66 kp.m la relación entre este y el necesario para giro nulo

es: $\frac{1895}{1748.66} = 1.08$ invertida

y la nueva relación entre el momento en el apoyo y el vano para conseguir giro nulo es $\frac{1895}{734} = 2.58$

6.1.5. PIEZA MACIZADA EN APOYO

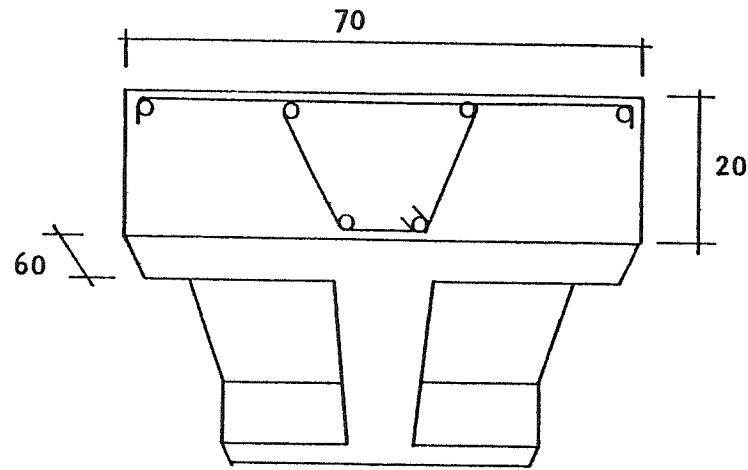


FIGURA 6.1.5.

Igualmente al caso anterior, se omiten los tanteos y expresando solo los resultados,

arm sup 2.6666 cm². Fig.6.1.5.
arm inf 1.3333 cm².

U'/U 2

Nº intervalos 50

Mizq -1944.00 kp.m
Mder 1944.00 kp.m

Macizado izq 0.60 m.
Macizado der 0.60 m.

Plastificación nula en todas las secciones en estado de servicio.

Giro en apoyo : 0.000001 - ~ nulo -

La relación entre el momento de empotramiento y el necesario para anular el giro en el apoyo será, in -

vertida, $\frac{1944}{1748} = 1.1121$

y la nueva relación entre el momento en el apoyo y el vano para conseguir giro nulo es,

$\frac{1944}{685} = 2.83$

La pieza funciona a todos los efectos como acartelada

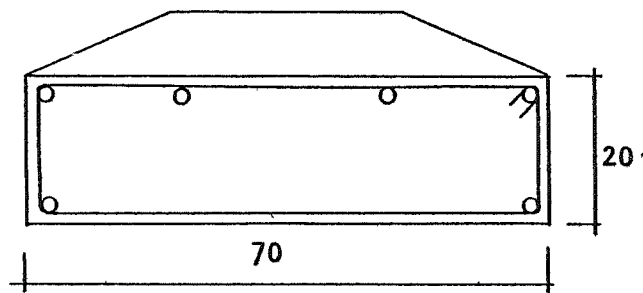


FIGURA 6.1.6.

6.1.6. SECCION RECTANGULAR PLANA

Análogamente a casos anteriores, se exponen los resultados en giro nulo en apoyo,

arm sup 2.6666 cm²,
arm inf 1.3333 cm²,

Fig. 6.1.6.

U' / U 2

NºIntervalo 50

Mizq -1959.00 kp.m.
Mder 1959.00 kp.m.

Plastificación nula en todas las secciones en estado de servicio.

Giro en apoyo : -0.000062 - ~ nulo -

La relación entre el momento de empotramiento y el necesario para anular el giro en el apoyo, será invertida, $\frac{1959}{1748.66} = 1.12$

y la nueva relación entre el momento en el apoyo y el vano para conseguir giro nulo es,

$$\frac{1959}{670} = 2.92$$

de funcionamiento muy parecido a la macizada, ya -

que la participación de la plastificación en todo el proceso se realiza en los apoyos y en estos - dos últimos casos las secciones son iguales y se produce un salto hacia abajo en las tensiones del hormigón a compresión en el momento negativo.

Este triple, ejemplo sirve para hacer patente la influencia de la geometría en todo el proceso de deformación generalmente no muy tenido en cuenta en los métodos clásicos a la hora de calcular solicitaciones, como base para dimensionar. Segui - mos así evidenciando lo que se expuso en la Introducción acerca de la validez de los métodos de análisis clásicos.

6.2. PROGRAMA

Repetiremos el proceso tal y como lo hace el programa:

$$(U+U') \frac{4200}{1.15} d = \frac{PL^2}{8} \quad \text{Calcula momentos}$$

$$P = (U + U') \frac{4200}{1.15} d \frac{8}{L^2}$$

$$M_{izq} + \frac{PLy}{2} - \frac{PL^2}{2} = M(K)$$

Calcula deformaciones

$$\frac{M(K)}{0.95xdxAx2100000} = E(K) \rightarrow \epsilon_a$$

$$\frac{0.9H}{19000\sqrt{H}} = Q \rightarrow \epsilon_b \text{ max elástica}$$

$$\frac{\epsilon_a x}{d-x} = N(K) \rightarrow \epsilon'_b \text{ en cada punto}$$

> PLASTIFICACION DEL HORMIGON

$$\epsilon'_b \leq \epsilon_b$$

≤ REGION ELASTICA

Fig.6.2.1.

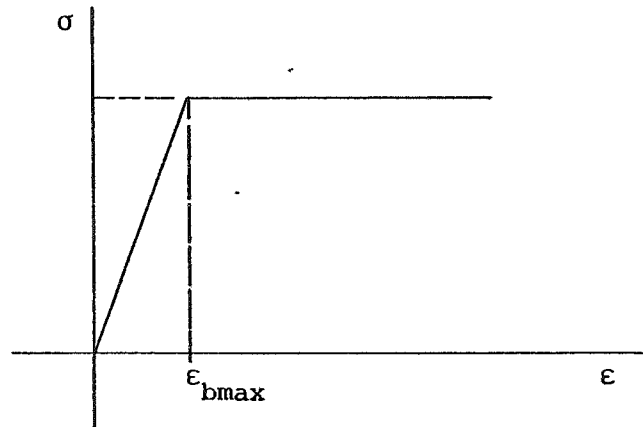


FIGURA 6,2.1.

$$\frac{\epsilon_a 2100000 A}{1.15} = U \text{ RESULTANTE DEL ACERO}$$

$$T \text{ RESULTANTE DEL HORMIGON}$$

$$0.98 \leq T < 1.02U \rightarrow 2\% \text{ error al igualar resultantes}$$

6.3. CONCLUSIONES.

Del triple ensayo que acabamos de hacer, para sección en T, con macizados en apoyo y rectangulares-planas se desprende, que,

1. Elegido un armado y en función de él la carga - que lo agota, la pieza solo se encuentra agotada en el vano y en el apoyo, en cuanto al acero.
2. En la situación de agotamiento propuesta, normalmente, existirá una cierta cantidad de giroplástico en el apoyo, que justificará la incidencia de la cantidad total de armadura y su disposición en el proceso.

3. Dado que el proceso general, se basa en una esti-
mación de la carga, obtenida esta del agotamien-
to de las armaduras superior e inferior, la car-
ga última será un valor muy próximo a aquella -
por lo que no tiene sentido tantear situaciones-
superiores al momento último.

La interpretación del signo del giro plástico en
el apoyo tendrá sentido en situaciones de momen-
to en él igual ó inferiores al momento último.

A partir de aquí, se plantean dos opciones,

- 1 ESTRATEGIAS DE ARMADO QUE NO REQUIERAN PLASTIFI-
CACION, NI EN APOYO NI EN VANO.
- 2 SI SE ADMITE LA PLASTIFICACION, BUSQUEDA DE LAS-
SITUACIONES DONDE SE REQUIERE PLASTIFICACION Y -
DEFINICION DE ESTAS ZONAS SIN LLEGAR A ROTURA.

En la primera, se busca por un proceso iterativo de
tanteos el giro nulo en el apoyo con la carga que a
gota las armaduras, para la disposición frontera sin
plastificación -no linealidad-. En la segunda, para
la misma cuantía total, se busca giro nulo con "no -
linealidad" local del hormigón.

6.3.1. ESTRATEGIA DE ARMADO SIN PLASTIFICACION DE - APOYO NI EN VANO

En la consideración de carga de servicio esas pro
porciones de U'/U , para giro nulo tienen poco que
ver entre si, pues pasan de $U'/U=0.15$ a $U'/U=1.20$
en el objetivo de no obtener zonas de no lineali-
dad locales.

arm sup 2.9000
arm int 2.9000
 U'/U 1.0276
Inter 50.0000

Miza 1092.9100
Mder 1092.9100

Q opo. mit
-0.000002

arm sup 1.8000
arm int 1.2000
 U'/U 0.2192
Inter 50.0000

Miza 1092.9100
Mder 1092.9100

Q opo. mit
-0.001781

arm sup 2.1000
arm int 1.9000
 U'/U 1.1053
Inter 50.0000

Miza 1092.9100
Mder 1092.9100

Q opo. mit
-0.000419

arm sup 2.2000
arm int 1.8000
 U'/U 1.2332
Inter 50.0000

Miza 1092.9100
Mder 1092.9100

Q opo. mit
-0.001781

arm sup 1.0000
arm int 1.0000
 U'/U 1.1053
Inter 50.0000

Miza 1092.9100
Mder 1092.9100

Q opo. mit
0.000002

6.3.2. ESTRATEGIA DE ARMADO CON PLASTIFICACION DE APOYO Y EN VANO.

Se mantendrá constante el momento aplicado a los apoyos y se analizará para $U+U'=constante = 4 \text{ cm}^2$.

arm sup 2.6667
arm int 1.3333
U' U 2.0000
Inter 50.0000

Miza -1092.3100
Mder 1092.9100

0 apo.-mit
0.023067

arm sup 2.3000
arm int 1.7000
U' U 1.2529
Inter 50.0000

Miza -1092.3100
Mder 1092.9100

0 apo.-mit
0.011523

arm sup 2.5000
arm int 1.5000
U' U 1.6667
Inter 50.0000

Miza -1092.9100
Mder 1092.9100

0 apo.-mit
0.000740

arm sup 2.2000
arm int 1.2000
U' U 1.2232
Inter 50.0000

Miza -1092.9100
Mder 1092.9100

0 apo.-mit
0.016363

arm sup 2.0000
arm int 2.0000
U' U 1.0000
Inter 50.0000

Miza -1092.9100
Mder 1092.9100

0 apo.-mit
0.014276

arm sup 1.8000
arm int 2.2000
U' U 0.8182
Inter 50.0000

Miza -1092.9100
Mder 1092.9100

0 apo.-mit
0.012512

arm sup 1.2000
arm int 2.8000
U' U 0.4286
Inter 50.0000

Miza -1092.9100
Mder 1092.9100

0 apo.-mit
0.0090
plos 0.641

0 apo.-mit
0.007797

arm sup 1.0000
arm int 3.0000
U' U 0.3333
Inter 50.0000

Miza -1092.9100
Mder 1092.9100

plos 1.0000
0.936

plos 0.000
0.325

0 apo.-mit
0.000103

arm sup 0.5000
arm int 3.4700
U' U 0.1525
Inter 50.0000

Miza -1092.3100
Mder 1092.9100

plos 2.3000
0.136

plos 1.000
0.255

plos 3.000
1.136

0 apo.-mit
-0.000076

6.3.3. ANALISIS DEL INSTANTE EN EL CUAL COMIENZAN
A APARECER COMPORTAMIENTOS NO LINEALES PA-
RA DISTINTAS CUANTIAS.

6.3.3.1.

$U+U' = 4 \text{ cm}^2$.

orm EUP 2.5000
orm Int 2.0000
U' U 1.0000
Inter 100.0000

Miza -1092.9100
Mdar 1092.9100

Q PRO -M1
-0.000565

orm EUP 1.7750
orm Int 2.2000
U' U 0.8000
Inter 100.3000

Miza -1092.9100
Mdar 1092.9100

Q PRO -M1
-0.001218

orm EUP 1.3122
orm Int 1.7778
U' U 1.2500
Inter 100.0000

Miza -1092.9100
Mdar 1092.9100

Q PRO -M1
0.000165

orm EUP 1.5000
orm Int 2.5000
U' U 0.6000
Inter 100.0000

Miza -1092.9100
Mdar 1092.9100

plus 0.0000
0.131

Q PRO -M1
-0.002512

6.3.3.2,

IDEM ANTERIOR $U+U' = 6 \text{ cm}^2$,

orm sup 3.0000
orm int 0.0000
 U^*U 1.0000
Inter 50.0000

Miza -1002.9100
Mder 1002.9100
0.0000
0.0000

[orm sup 2.0000
orm int 4.0000
 U^*U 0.5000
Inter 100.0000

Miza 1002.9100
Mder 1002.9100

0.0000
0.0000

[orm sup 1.0000
orm int 4.0000
 U^*U 0.5000
Inter 100.0000

Miza 1002.9100
Mder 1002.9100

0.0000

0.0000

0.0000
0.0000

[orm sup 1.0000
orm int 4.0000
 U^*U 0.5000
Inter 100.0000

Miza -1002.9100
Mder 1002.9100

0.0000

0.0000

0.0000
0.0000

[orm sup 1.0000
orm int 4.0000
 U^*U 0.5000
Inter 100.0000

Miza -1002.9100
Mder 1002.9100

0.0000

0.0000

0.0000
0.0000

6.3.3.3.
IDEM ANTERIOR U+U' = 8 cm2.

orm sup 4.0000
orm int 4.0000
U' U 1.0000
Inter 50.0000

Miza -1092.9100
Mder 1092.9100

0 ope -mit
0.012835

[orm sup 5.3154
orm int 2.6946
U' U 1.0000
Inter 50.0000

Miza -1092.9100
Mder 1092.9100

0 ope -mit
0.010029

[orm sup 6.0000
orm int 2.0000
U' U 3.0000
Inter 50.0000

Miza -1092.9100
Mder 1092.9100

0 ope -mit
0.025780

[orm sup 3.0000
orm int 5.0000
U' U 0.6000
Inter 50.0000

Miza -1092.9100
Mder 1092.9100

0 ope -mit
0.005905

[orm sup 2.0000
orm int 6.0000
U' U 0.5333
Inter 50.0000

Miza -1092.9100
Mder 1092.9100

0 ope -mit
0.007511

[orm sup 1.3500
orm int 6.6500
U' U 0.2030
Inter 100.0000

Miza -1062.6100
Mder 1062.6100

0.0000
elos 0.332

0 ope -mit
0.006073

6.3.4. RELACIONES U'/U MOMENTO DE SERVICIO

Hasta ahora, se ha venido cuantificando, cuales e -
ran las relaciones U'/U de armado que no requerian
plastificación de apoyo para una coacción de este -
igual al momento de empotramiento de servicio, en -
base a una carga de servicio obtenida del isostati -
co de las armaduras, los resultados son:

$$U+U' = 4 \text{ cm}^2. \quad U'/U=0.15 \quad U'/U=1.2$$

$P_{\text{mayorada}} \quad P_{\text{servicio}}$

En el segundo de los casos se ha valorado el instan -
te para distintas cuantías $U+U'$ y coacción de apoyo
el mismo momento anterior, obteniendose.

$U+U'$	
4 cm ² .	$U'/U = 0.6000$
6 cm ² .	$U'/U = 0.3953$
8 cm ² .	$U'/U = 0.2030.$

Intetaré expresar estas conclusiones en el siguiente
ábaco.

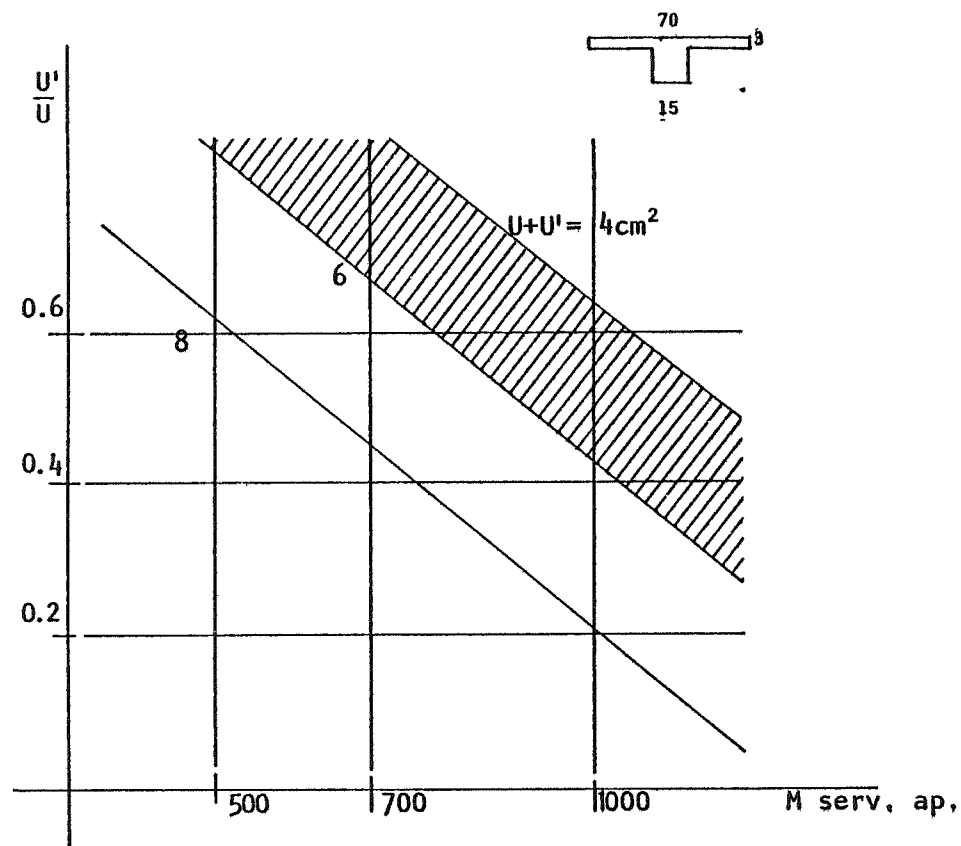


FIGURA 6.3.4.1.

6.3.4.1. GRAFICO MOMENTOS DE SERVICIO - CUANTÍAS

El siguiente abaco relaciona los momentos de servicio reales, en el empotramiento con las relaciones de armadura. Puede usarse para peritar y modelo podría aplicarse a otros tipo de sección de geometría distinta.

En este caso esta confeccionado con los datos de - sección que venimos manejando en todo el trabajo.

Luz 5 m. ancho alas 70 am. ancho nervio 15 cm.

Fig. 6.3.4.1.

6.4. AGOTAMIENTO

6.4.1. INTRODUCCION

En este apartado, se trata de estudiar, según modelo el proceso de agotamiento de una viga de hormigón armado de cuantía y carga dadas.

Estableceremos las condiciones de agotamiento dadas por Norma EH-80, al efecto de relación con en los los valores en uso.

Si en el proceso anterior eliminamos la condición de carga de servicio sin más que dividir por 1.60-coeficiente de Norma para las cargas- y hacemos crecer la carga en condición de giro en apoyo nulo llegará un instante, para el cuál en apoyo -por - ser mayor ahí la sollicitación- se llegue al momento último y a partir de ahí, comenzará su descuelgue en la gráfica de momentos positivos hasta llegar al momento último en el vano, distinto al de a apoyo por ser distinta la geometria de la sección y

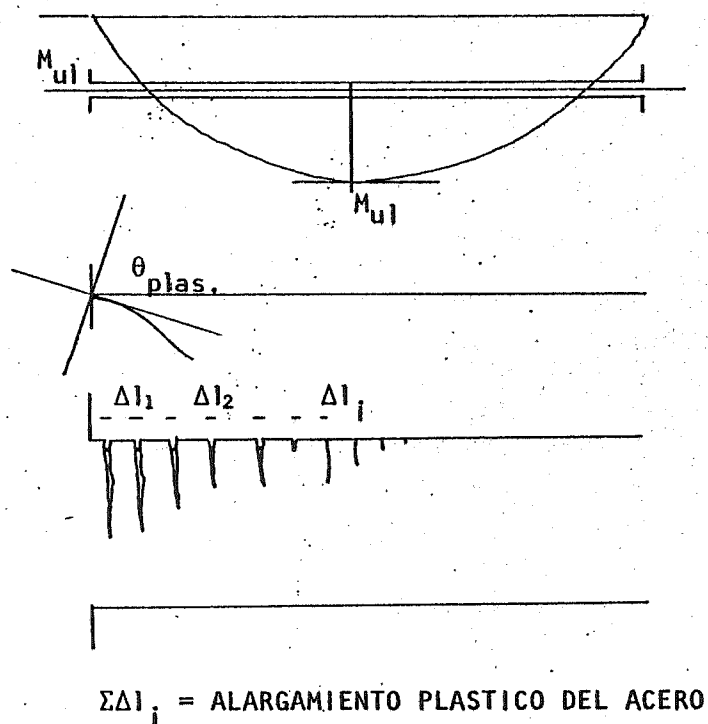


FIGURA 6.4.1.

la cuantía con relación a la del apoyo, por eso es-
último, se obtendrá por un proceso matemático distin-
to del utilizado en el apoyo.

Alcanzado el momento último en el vano, la viga se-
habrá convertido en un mecanismo, para dejar de ser
estructura, y la carga con que se logran ambos meca-
nismos será la carga última.

Si en todo este proceso el momento de empotramiento
permanece mayor al momento último de la sección en-
el apoyo, habrá existido plastificación de la fibra
superior en el apoyo. Fig. 6.4.1.

Si por el contrario, el momento de empotramiento -
permanece inferior al momento último la pieza será-
viable.

Así pues, la plastificación empieza siempre en el-
apoyo, donde es necesaria una plastificación siem-
pre en el proceso de rotura de la pieza, acompaña-
da de un alargamiento plástico del acero, que pro-
voca el giro plástico en el apoyo, ya que se ha ob-
tenido de la deformación límite $\epsilon_{lim \text{ flex hor}} = 0.0035$.

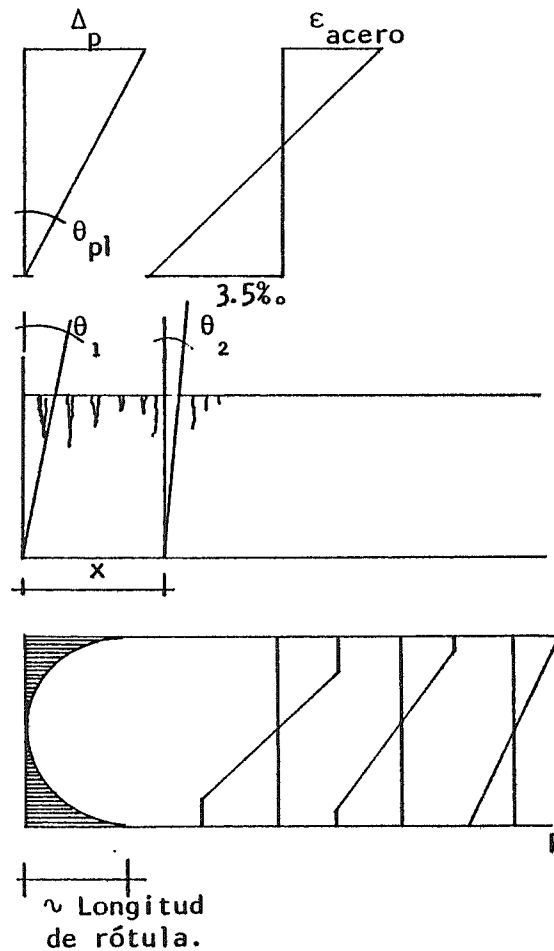


FIGURA 6.4.2

Intentaré a través del giro plástico y del alargamiento plástico generado definir la rótula plástica necesaria para la formación del mecanismo.

Así, el giro plástico en el apoyo estará definido por un triángulo formado por el canto útil -cateto adyacente- y el alargamiento plástico del acero Δp -cateto opuesto-, es decir en la longitud Δp se irán sumando todos los alargamientos locales o escalones de cedencia del acero cuya amplitud de fisura es debida unicamente a alargamiento plástico.

De esta forma se tienen controlados alargamientos no necesariamente producidos en el apoyo, sino que el valor Δp englobará todos, Fig.6.4.2.

$$\frac{\epsilon_{\text{acero}} + 0.0035}{d} \Delta x = \Delta \theta$$

$$\theta_1 - \theta_2 = \Delta \theta \quad ; \quad \frac{\theta}{\Delta \theta} = x$$

el $\Delta \theta$ supone la cantidad de giro relativo producida entre dos secciones 1 y 2, si en la 1 se ha llega-

do al momento último por plastificación del hormi-
gón con $\epsilon = 0.0035$.

En estas condiciones este $\Delta\theta$, se debe exclusivamen-
te a alargamiento plástico del acero.

Todo este proceso servirá para conocer las leyes -
de momentos reales de la pieza en el instante de -
rotura.

El momento último de la pieza obtenido en las cir-
cunstancias anteriores, nos servirá como criterio-
para determinar si la pieza tiene seguridad sufi-
ciente, en base también a la cantidad necesaria de
rotula plástica que ha de formarse.

Naturalmente la participación de la armadura de -
compresión en todo el proceso ejerce una influen-
cia de indudable interés que ahora no vamos a te-
ner en cuenta, debido al hecho de no cumplir, por-
lo general las condiciones de anclaje.

En todo este proceso, la situación última puede,
1. Provocar fallo del acero, Este hecho, da origen
al estudio de la viabilidad de la pieza en orden a -

la velocidad de plastificación, establecimiento de rótulas plásticas y a los límites últimos de estas sin rotura.

2. Fallo del hormigón por rotura. Da origen a seguridad insuficiente, surgirán de aquí los criterios de armado a tracción a momento tope, sin armadura de compresión, según Norma.

6.4.2. CALCULO DEL MOMENTO ULTIMO

A partir de las fórmulas conocidas, plantearemos la profundidad de la Línea Neutra en el instante límite del hormigón por flexión, acudiendo a la ecuación de compatibilidad,

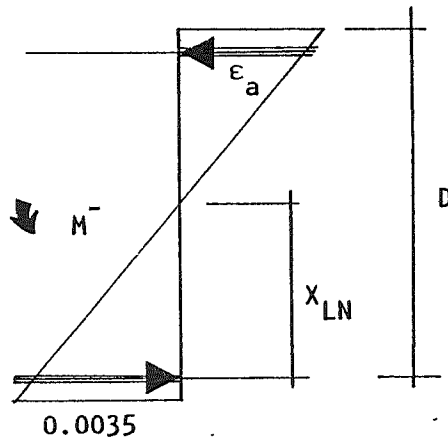


FIGURA 6.4,2.2.

$$x_{lim} = \frac{d}{1.00 + 1.36 \times 10^{-4} f_{yd}}$$

ACEROS DE DUREZA NATURAL

$$x_{lim} = \frac{d}{1.57 + 1.36 \times 10^{-4} f_{yd}}$$

ACEROS ESTIRADOS EN FRIO

(Como todo el planteamiento está hecho para aceros de Dureza Natural, actuamos sobre la primera de las expresiones.

$$\frac{0.0035 + \epsilon}{d} = \frac{0.0035}{x_{lim}} \quad ; \quad x_{lim} 0.0035 + x_{lim} \epsilon = 0.0035d$$

$$\epsilon = \frac{0.0035d - x_{lim}0.0035}{x_{lim}} = \frac{0.0035(d - x_{lim})}{x_{lim}}$$

6.4.2.1. PROCESO DE AGOTAMIENTO A MOMENTO POSITIVO

Intentaremos a través de los dominios de deformación acero-hormigón referidos en Norma-80, explicar la adaptación de las hipótesis de partida del modelo sobre dichos dominios.

Fig. 6.4.2.3.1 y 6.4.2.3.2

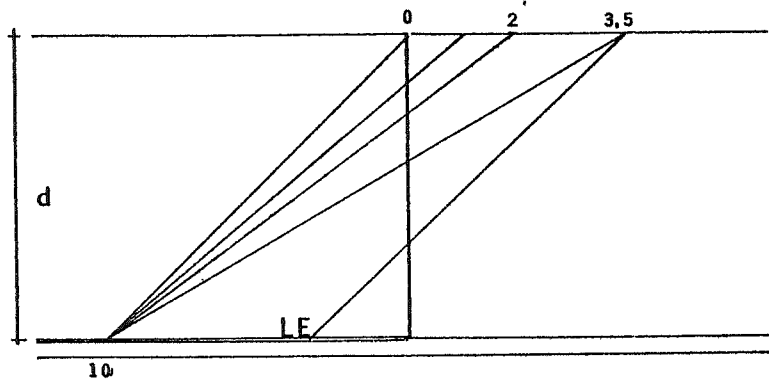


FIGURA 6.4.2.3.1

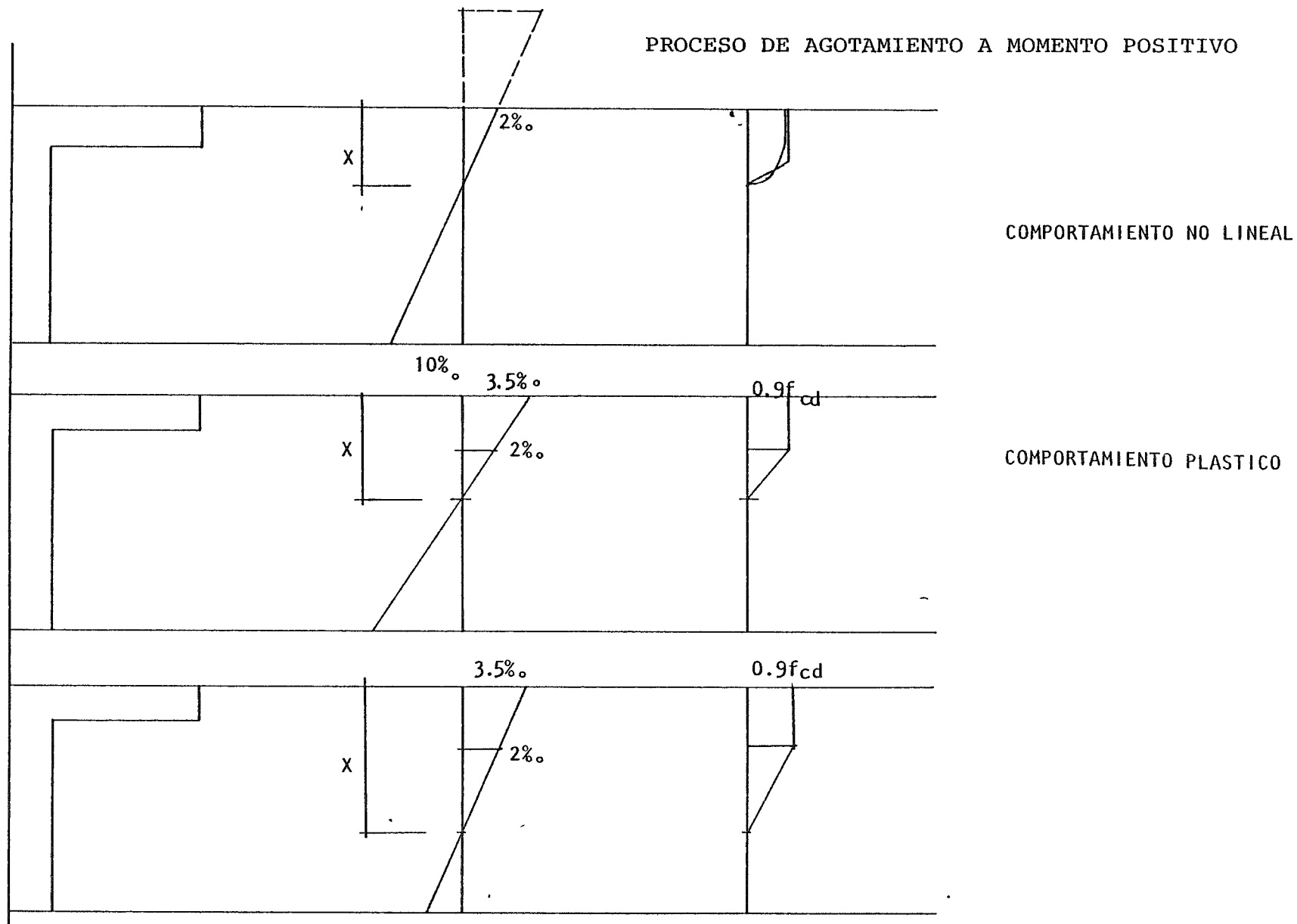


FIGURA 6.4.2.3.2,

6.4.3. NECESIDAD DE ENTRAR EN EL PROCESO DE PLASTIFICACIÓN

Establecido el proceso de plastificación y su capital influencia en todo el proceso de deformación de la pieza. Todo el análisis deberá canalizarse a través del propio estado límite en el que la sección puede encontrarse. Es decir, sabido es que, para empujamiento perfecto $\theta=0$ en apoyo, como se ha demostrado además de poseer una zona más o menos amplia de comportamiento no lineal, salvo en situaciones realmente extremas, la pieza se encuentra siempre localmente plastificada.

Intentando dar un paso adelante en este sentido, a partir del momento último ó momento para el cuál el hormigón se agota, el giro plástico producido será debido sólo al acero, en condiciones de agotamiento del hormigón.

6.4.4. PLASTIFICACION EN SERVICIO Y ROTURA PIEZA T.

arm sup	2.6666 cm2.		SERVICIO	ROTURA	
arm inf	1.3333 cm2.				
U' / U	2	10	-	0.294	cm. de prof. de zona no lineal.
739.50	kg/ml	9	-	0.702	
		8	-	1.237	X _{lim} 8.71
Momento		7	-	1.732	Momento de rotura apoyo 2866.36
servicio apoyo -1665.39		6	-	2.191	Alargamiento de rotura 0.005251
		5	-	2.616	
		4	-	3.165	
		3	-	3.683	
		2	-	4.174	
		1	0.643	4.640	
		0	1.350	5.084	
		GIRO	0.000000	-0.029174	

A partir de la sección nº10 hasta el apoyo en situación última el hormigón está en situación de no linealidad

6.4.5. EXTENSION A SECCIONES RECTANGULARES

Como extensión de lo expuesto para piezas en T, - se expone a continuación un ejemplo de sección rectangular, con lo que se prueba la versatilidad - del método. Usamos una sección rectangular de 40 x25 cm.

arm sup 4.6666 cm².

arm inf 2.3333 cm².

U'/U 2

P servicio 2650 kp/ml

Giro apoyo 0.000000 rad.

PREROTURA

$X_{lim} = 18.39$ cm.

Momento ultimo apoyo = 21.291.27 mkp